

**ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ  
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА И ЗАДАНИЯ НА  
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

Учебное пособие

Пособие включает общие методические указания по курсу сопротивления материалов, рабочую программу, рекомендуемую литературу, указания по выполнению контрольных работ, задачи для контрольных работ, контрольные вопросы, справочные данные и методические указания по решению задач.

Пособие предназначено для студентов механических и строительной специальностей заочного факультета.

Прочность, жёсткость и устойчивость элементов строительных сооружений, машин и оборудования являются основными критериями, определяющими их надёжность и работоспособность. Сопротивление материалов – это дисциплина, в которой изучаются общие принципы и методы расчёта отдельных элементов конструкций на прочность, жёсткость и устойчивость, то есть дисциплина, в которой закладывается фундамент грамотного проектирования конструкций.

Студент, освоивший данную дисциплину, сможет решить важнейшие инженерные задачи:

- дать оценку прочности существующей конструкции;
- определить предельно-допустимые нагрузки;
- подобрать необходимые размеры элементов и выбрать подходящие материалы, обеспечивающие их прочность и экономичность;
- провести оптимизацию элементов конструкций;
- исследовать устойчивость элементов и конструкций в целом.

Знание основ сопротивления материалов является важнейшим требованием и составной частью при подготовке инженера вообще, а инженера-строителя и инженера-механика в особенности.

Чтобы овладеть знаниями и навыками дисциплины сопротивление материалов необходимо настроить себя на систематический и кропотливый труд. Поверхностное и легкомысленное отношение к дисциплине, пренебрежение к изучению отдельных тем, несамостоятельное выполнение контрольных заданий приведут к существенным пробелам в знаниях и создадут серьёзные проблемы при изучении специальных дисциплин и в формировании Вас как специалиста в целом. Авторы настоящего пособия призывают Вас к уважительному сотрудничеству в изучении дисциплины.

Учебными планами специальностей 290900 – строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство, 150800 – вагоны, 181400 – электрический транспорт железных дорог и др., предусмотрены лекционные, лабораторные, практические занятия и самостоятельное изучение программы курса с выполнением контрольных заданий.

В программу лекций включены основные положения и наиболее сложные разделы курса. По остальным темам преподаватель на лекциях даёт указания для их самостоятельного изучения. Учитывая незначительный объём лекционных часов, пропуск даже одной лекции может привести к непониманию материала последующих лекций. Поэтому является рекомендательным прослушивание всех лекций.

Обязательным является посещение и выполнение студентами всех лабораторных работ, предусмотренных программой курса. На кафедре ОПД разработаны специальные журналы лабораторных работ, существенно снижающие время на оформление отчётов и позволяющие сэкономить время использовать на получение практических навыков расчётов.

На практические занятия выносятся типовые задачи курса: построение эпюр внутренних силовых факторов, выполнение прочностных расчётов и расчётов на жёсткость при растяжении (сжатии), кручении, изгибе и сложных видах деформаций (нагрузений). У студентов, изучающих курс сопротивление материалов, наибольшие трудности возникают при решении задач, поэтому посещение практических занятий является целесообразным и рекомендательным.

После установочной сессии наступает наиболее сложный и важный этап освоения дисциплины студентом-заочником – самостоятельная работа студента по освоению программы курса, выполнению контрольных заданий и подготовке к экзаменам.

Программа курса приведена в разделе I, контрольные задания в разделе II.

Рекомендуется следующая методика самостоятельной работы:

прочитать раздел программы курса;

просмотреть в лекциях материал соответствующего раздела;

изучить по рекомендуемой литературе указанные в программе объёмы страниц. При изучении учебника целесообразно составлять краткий конспект с выделением основных расчётных формул. Особое внимание нужно обращать на единицы измерений всех встречающихся величин. По каждой теме в учебниках приводятся методики решения типовых задач, которые нужно разобрать (изучить);

используя материал практических занятий, решения типовых задач в учебниках и пособиях, решить соответствующую теме задачу контрольного задания;

при возникновении затруднений в решении задач или непонимании фрагментов темы целесообразно явиться на консультацию к преподавателю;

оформить контрольные работы, доработать их по необходимости после проверки преподавателем и подготовиться к собеседованию;

подготовиться к экзамену с систематизацией курса в целом.

Аттестация студента по курсу включает защиту отчётов лабораторных работ, собеседование по контрольным работам и экзамен. Экзамен может быть проведён в устной или письменной форме с решением задач и по тестам. Основные критерии оценки знаний: знание формул и методик расчётов, умение их обосновать, понимание физических явлений и процессов, происходящих в брус, балке, массивном теле при их нагружении различными видами внешних силовых факторов.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

## ЧАСТЬ I

### Т е м а 1. Введение и основные понятия. Метод сечений. Построение эпюр внутренних силовых факторов при простых видах нагружения

Задачи курса сопротивление материалов. Необходимость повышения эксплуатационной надежности элементов конструкций (машин и сооружений) и снижения их материалоемкости.

Связь курса с общенаучными, общеинженерными и специальными дисциплинами.

Деформируемое тело. Гипотезы сплошности и микрооднородности материала; предположение об изотропии; упругость, пластичность и вязкость материалов. Объекты расчета и их расчетные схемы. Классификация изучаемых объектов по соотношению основных размеров: стержень, оболочка и пластинка, массив. Внешние силы и их классификация: силы распределенные по объему и по поверхности; сосредоточенные силы и пары сил (моменты); активные силы и реакции связей. Нагрузки статические и динамические (импульсные, изменяющиеся во времени). Другие виды воздействия.

Внутренние силы и метод их изучения. Метод сечений. Внутренние силовые факторы (усилия) в поперечном сечении стержня. Простые виды нагружения стержня: растяжение или сжатие, кручение, чистый и поперечный изгиб.

Дифференциально-интегральные зависимости между внутренними силовыми факторами и интенсивностью внешней распределенной нагрузки при основных видах нагружения прямого стержня. Эпюры внутренних силовых факторов. Построение эпюр нормальной и поперечных сил, крутящего и изгибающих моментов для стержня с прямой осью, для плоских и плоско-пространственных и пространственных рам.

Понятие о напряжении в точке тела по заданному сечению и его составляющих – нормальном и касательном напряжениях. Статическая неопределенность задачи о распределении напряжений по сечению стержня.

Линейные и угловые перемещения, элементарные деформации в точке тела. Линейно деформируемые системы. Основные принципы сопротивления материалов – допущение о малости деформаций и соответствующих перемещений; принцип начальных размеров; принцип независимости действия внешних сил.

Литература: [1, §.1.1,1.2, §2.1, 6.1, 7.1..7.5, §1.3..1.6], [2.§ 1.2..1.3, 2.2...2.6, 1.4...1.6], [3.Задачи: 1.18, 1.19, 4.4, 4.5]

## Т е м а 2. Растяжение и сжатие прямого стержня

Равномерность распределения деформации по сечению – закон плоских сечений для области стержня, удаленной от его торцов. Напряжения в поперечном сечении. Понятие о местных напряжениях, принцип Сен-Венана. Концентрация напряжений и теоретический коэффициент концентрации. Влияние концентрации напряжений при статической нагрузке.

Напряжения в сечениях, наклонных к оси стержня, теорема о парности (взаимности) касательных напряжений.

Продольные и поперечные деформации стержня. Закон Гука при растяжении и сжатии. Модуль упругости  $E$  и коэффициент поперечной деформации  $\mu$  (коэффициент Пуассона). Удлинение (укорочение) прямого стержня постоянного и переменного сечения. Жесткость при растяжении и сжатии. Перемещения поперечных сечений стержня. Эпюры перемещений.

Литература: [1. § 2.1...2.3,2.5],[2. §3.1,3.3,3.4].

## Т е м а 3. Механические свойства материалов при растяжении и сжатии

Опытное изучение механических свойств материалов при растяжении и сжатии. Диаграммы растяжения и сжатия пластических материалов. Свойства материалов при растяжении. Диаграмма условных напряжений и её характерные параметры: предел пропорциональности, предел текучести (физический и условный), временное сопротивление (предел прочности), относительное остаточное удлинение. Пластичность, хрупкость и вязкость материалов. Понятие о механизме пластической деформации. Закон разгрузки и повторного (того же знака) нагружения; наклеп.

Свойства материалов при сжатии; механические характеристики пластичных и хрупких материалов. Влияние температуры и скорости нагружения на механические характеристики материалов. Понятие о ползучести, релаксации и длительной прочности.

Особенности механических свойств неметаллических конструкционных материалов (пластмасс, полимеров, композитов).

Литература: [1. §2.4], [2. § 3.6...3.11], [4. Работы № 1 и 2].

## Т е м а 4. Расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии

Основные понятия о прочности, надежности и долговечности конструкций. Понятие о разрушении как механическом состоянии,

приводящем к нарушению условий нормальной эксплуатации конструкции. Предельные состояния. Критерии предельного состояния в зависимости от свойств материала, условий работы и назначения конструкций. Два основных подхода к оценке прочности конструкций, соответствующие локальному и общему разрушению; области применимости каждого из подходов. Методы расчета по допускаемым напряжениям, разрушающим нагрузкам и предельным состояниям. Коэффициенты запаса по напряжениям и нагрузкам. Техно-экономические факторы, влияющие на значение коэффициента запаса.

Условия жесткости. Основные виды задач в сопротивлении материалов: проверка прочности, подбор сечения, определение допускаемой нагрузки (грузоподъёмности) различными методами. Учет собственного веса при растяжении и сжатии.

Понятие о статически неопределимых системах. Статически неопределимые задачи при растяжении и сжатии. Расчеты на нагрузку, температуру и принудительные натяги. Предельные нагрузки статически неопределимых систем.

Литература: [1. §2.8..2.10, 2.7,17.1],[2. § 3.12, 3.5], [3. Задачи: 1.31, 1.36, 1.40, 1.41]

## Т е м а 5. Геометрические характеристики поперечных сечений.

Статические моменты площади и определение положения центра тяжести сечения. Осевые, центробежный и полярный моменты инерции. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при параллельном переносе и повороте осей координат.

Главные оси и главные моменты инерции сечения. Определение положения главных центральных осей и вычисление главных моментов инерции различных сечений

Литература: [1. §5.1 – 5.8],[2. §4.1..4.6], [3.Задачи: 3.6, 3.7,3.14, 3.15].

## Т е м а 6. Сдвиг

Чистый сдвиг. Исследование чистого сдвига путем испытания на кручение тонкостенной трубки. Закон Гука и механические характеристики материала при чистом сдвиге. Модуль сдвига  $G$ . Зависимость между  $G$ ,  $E$  и  $\mu$  для изотропного тела. Неизменность объёма при сдвиге. Понятие о расчете на прочность заклепочных и сварных соединений.

Литература: [1. §4.1...4.4], [2. § 5.1, 5.8].

## Т е м а 7. Кручение

Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения; механизм деформирования - закон плоских сечений. Определение напряжений в поперечном сечении и углов поворота сечений; жесткость стержня при кручении.

Виды разрушений при кручении стержня круглого поперечного сечения из разных материалов. Три вида задач при кручении: определение напряжений и углов закручивания, подбор сечений и вычисление допускаемого крутящего момента по прочности и жесткости. Расчет сплошных и полых валов на прочность и жесткость по мощности и частоте вращения вала. Потенциальная энергия деформации при кручении. Расчет цилиндрических пружин с малым шагом. Кручение стержней прямоугольного, тонкостенного открытого и замкнутого профилей поперечного сечения. Статически неопределимые системы при кручении.

Литература: [1. § 6.1...6.7], [2. § 5.2..5.4, 5.6, 5.7], [3. Задачи: 2.31, 2.35, 2.36, 2.57, 2.60, 2.64]

## Т е м а 8. Изгиб

Изгиб прямого стержня. Классификация видов изгиба: чистый - поперечный, прямой - косой, плоский – пространственный.

Чистый изгиб в одной из главных плоскостей стержня; механизм деформирования - закон плоских сечений; зависимость между изгибающим моментом и кривизной изогнутого стержня; жесткость стержня при изгибе. Нормальные напряжения при чистом изгибе.

Особенности прямого поперечного изгиба. Распространение расчетных формул, выведенных для чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при поперечном изгибе стержня (формула Д.И.Журавского). Касательные напряжения при изгибе тонкостенных стержней. Понятие о центре изгиба.

Условия прочности стержня при прямом изгибе. Рациональная форма поперечного сечения балок, выполненных из пластичного и хрупкого материалов. Понятие о расчете составных (сварных и клепаных) балок.

Литература: [1. § 7.1...7.3, 7.7...7.12], [2. § 6.3...6.4, 7.1...7.4, 7.6], [3. Задачи: 4.38, 4.40, 4. 48, 4.53, 4.43, 4.45]

## Т е м а 9. Определение перемещений (прогибов и углов поворота) при изгибе

Дифференциальное уравнение упругой линии балки и его интегрирование. Метод начальных параметров. Определение перемещений и углов поворота в балках при помощи общей формулы

О.Мора. Применение формулы Симпсона и правила Верещагина для вычисления интеграла перемещений (Мора).

Перемещение точки тела (конструкции) по заданному направлению. Теоремы о взаимности работ (теорема Бетти) и единичных перемещений (теорема Максвелла).

Литература: [1. §7.13, 7.14, 11.4, 11.5], [2. . §8.1...8.3, 8.5], [3. Задачи: 5.9, 5.18, 5.42]

## ЧАСТЬ II

### Т е м а 10. Косой изгиб и изгиб с растяжением или сжатием стержня большой жесткости

Косой изгиб; определение напряжений, нахождение положения нейтральной оси и опасных точек в сечении. Условие прочности при расчете по напряжению в опасной точке. Подбор сечений при косом изгибе. Определение прогибов. Расчет на прочность стержней большой жесткости при совместном изгибе и растяжении или сжатии; Нормальные напряжения при внецентренном действии продольной силы. Эпюра нормальных напряжений в поперечном сечении. Силовая и нулевая линии. Ядро сечения.

Литература: [1. §9.1, 9.2, 9.3], [2. § 6.5, 6.6], [3. Задачи: 6.19, 6.22, 6.24]

### Т е м а 11. Теория напряжений и деформаций

Напряженное состояние в точке тела. Компоненты напряженного состояния – нормальные и касательные напряжения в трех взаимно перпендикулярных площадках, их обозначение. Главные оси и главные напряжения. Виды напряженных состояний.

Определение напряжений в площадке, параллельной одной из главных осей и наклоненной к двум другим произвольным осям. Определение главных напряжений и положения главных осей для элемента, у которого положение одной из главных осей и соответствующее главное напряжение заданы.

Круговая диаграмма напряжений Мора. Свойства главных напряжений, вытекающие из круговой диаграммы напряжений; наибольшие касательные напряжения.

Исследование напряженного состояния стержня при растяжении (сжатии), чистом и поперечном изгибе, кручении и в общем случае действия сил на стержень.

Составляющие деформированного состояния в точке тела – линейные деформации по координатным осям и сдвиги в координатных плоскостях, их обозначение. Обобщенный закон Гука. Объемная деформация.



Удельная потенциальная энергия деформации и её разложение на энергию изменения объёма и энергию формоизменения.

Литература: [1. §3.1...3.9], [2. §13.1...13.13], [3. Задачи 1.93, 1.96, 1.99]

## Т е м а 12. Оценка прочности в случае сложного напряженного состояния

Зависимость свойств материалов от вида напряженного состояния.

Одноосное растяжение – один из основных видов экспериментального исследования прочностных свойств материала. Приведение сложного напряженного состояния к линейному растяжению с помощью гипотез пластичности и прочности; эквивалентное напряжение.

Критерии возникновения пластических деформаций и формулы эквивалентности по гипотезам наибольших касательных напряжений и энергии формоизменения. Экспериментальная проверка и пределы применимости гипотез пластичности.

Обобщенная теория прочности Мора. Формула эквивалентности для материалов с различными пределами прочности (временным сопротивлением) при растяжении и сжатии. Пределы применимости теории.

Вязкое и хрупкое разрушение конструкций. Расчет на прочность по напряжению в опасной точке. Применение гипотез пластичности и теории прочности для расчета на прочность стержня круглого и прямоугольного поперечных сечений при сложном нагружении (при совместном растяжении или сжатии, изгибе и кручении).

Литература: [1. §8.1,8.2], [2. §14.1...14.6], [3. Задачи 6.53, 6.61, 6.64, 6.71, 6.84]]

## Т е м а 13. Устойчивость сжатых стержней

Понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия.

Критическая нагрузка. Устойчивость сжатых стержней в упругой стадии.

Формула Эйлера для стержня с шарнирными опорами по концам (основной случай). Учет других видов закреплений. Понятие о гибкости и приведенной длине стержня. Формула Эйлера, записываемая через приведенную длину стержня. Предел применимости формулы Эйлера.

Потеря устойчивости при напряжениях за пределом пропорциональности материала. Формула критической силы Энгессера – Ясинского. График критических напряжений в зависимости от гибкости стержня. Практический метод расчета сжатых стержней на продольный изгиб. Возможность сведения расчета сжатого стержня на устойчивость к

его расчету на прочность – расчет по коэффициентам снижения основного допускаемого напряжения. Таблицы коэффициентов  $\varphi$ . Рациональные формы поперечных сечений сжатого стержня.

Литература: [1. §13.1...13.4], [2. §15.1...15.6], [3. Задачи 7.1, 7.14, 7.19]

#### Т е м а 14. Динамическая нагрузка

Учет сил инерции в движущихся с ускорением деталях; использование принципа Даламбера. Определение напряжений, вызванных силами инерции, для простых случаев: подъем груза с ускорением, равномерно вращающиеся стержень, тонкостенное кольцо, плоская рама.

Ударная нагрузка и вызываемые ею в системе перемещения и напряжения. Растягивающий, скручивающий и изгибающий удар. Способ расчета по балансу энергии (без учета собственной массы ударяемой системы). Способы уменьшения ударных нагрузок

Литература: [1. §14.1...14.3], [2. §17.1...17.3].

#### Т е м а 15. Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Современные представления о прочности материалов при напряжениях, изменяющихся во времени; механизм усталостного разрушения.

Цикл напряжений и его характеристики. Кривая усталости (Велера) и предел выносливости как характеристики усталостной прочности. Влияние на выносливость концентрации напряжений, качества обработки и состояния поверхности, абсолютных размеров детали.

Диаграмма предельных напряжений при асимметричных циклах при одноосном напряженном состоянии в координатах: среднее напряжение цикла – амплитуда цикла. Коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях. Вычисление коэффициента запаса при изгибе с кручением. Понятие о повышении выносливости деталей машин с помощью конструктивных и технологических мероприятий.

Литература: [1. §15.1...15.5], [2. §19.1...19.8].

## Литература

### Основная

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учеб. для техн. вузов – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1989.– 624с.
2. Александров А.В., Потапов В.Д., Дружинин Д.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1995. – 560с.: ил.
3. Сборник задач по сопротивлению материалов/ Под ред. А.С.Вольмира. –М.: Наука, 1984.–408 с.
4. Сопротивление материалов. Руководство по выполнению и журнал лабораторных работ: Учебное пособие /Составитель В.Г.Подойников.– Челябинск: 2002.– 79 с.

### Дополнительная

5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Л.С.Минина. –3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1999. – 592 с. ил.
6. Ободовский Б.А., Ханин С.Е. Сопротивление материалов в примерах и задачах: Учебное пособие для вузов. – 2-е изд., исправ. и доп. – Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1968. – 384 с.

## ОБЪЁМ И СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Исходные данные для индивидуальных заданий на контрольные работы по сопротивлению материалов студент должен взять из приводимых далее таблиц в строгом соответствии со своим личным номером (шифром.)

Для этого надо три последние цифры своего шифра написать дважды, а затем под шестью цифрами подписать буквы *а, б, в, г, д, е*.

Например, при шифре 01–С–1026 это будет выглядеть так:

|          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 2        | 6        | 0        | 2        | 6        |
| <i>а</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>г</i> | <i>д</i> | <i>е</i> |

Тогда цифра над буквой *а* укажет, какую строку следует взять из столбца *а*, над буквой *б* – из столбца *б* и т. д.

Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради нормального формата чернилами, *четким почерком*, с полями

5 см для пометок рецензента. В заголовке контрольной работы следует указать её номер, название дисциплины, фамилию, имя и отчество студента, название факультета и специальности, учебный шифр, дату выполнения работы, точный почтовый адрес, а также название и год издания заданий, по которым выполнялась контрольная работа. Перед решением каждой задачи нужно выписать её условие с числовыми, а не буквенными данными, и дать чертёж с числовыми размерами (или в параметрах длины) соблюдая масштаб. Схемы, чертежи и эюры выполняются с применением чертежных инструментов.

Прежде чем приступить к решению следует ответить на контрольные вопросы, поставленные после условия каждой из задач и внимательно разобраться в методических указаниях к их решению.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными пояснениями и аккуратными схемами. Однако следует избегать многословия. При затруднениях, встречающихся в ходе выполнения контрольных работ, полезно обращаться к аналогичным задачам, имеющимся в учебниках.

После получения из института проверенной работы студент должен исправить все ошибки с учетом всех сделанных ему указаний. Исправления, выполненные на отдельных листах, следует вложить (или вклеить) в соответствующие места отрецензированной работы. Студент обязан сохранить до экзамена все выполненные контрольные работы, имеющие пометку рецензента «Зачтена».

Все арифметические вычисления следует вести с достаточной, но не излишней точностью. При решении задач, предлагаемых в контрольных работах, достаточна точность вычислений до трёх значащих цифр (независимо от места положения запятой).

#### ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАЧ, ВХОДЯЩИХ В КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Перечень задач, входящих в контрольные работы и выполняемых студентами соответствующих специальностей, приведен ниже в виде таблицы.

| Контрольные работы | Выполнение задач по специальностям |            |                  |
|--------------------|------------------------------------|------------|------------------|
|                    | СЖД                                | ПГС        | В, Т             |
| Часть I            |                                    |            |                  |
| № 1                | 1, 2, 3, 5                         | 1, 2, 3, 5 | 1, 3, 5          |
| № 2                | 4, 6                               | 4, 6       | 4, 6             |
| Часть II           |                                    |            |                  |
| № 3                | 8, 9, 11                           | 8, 9, 10   | 7, 9, 11, 12, 13 |
| № 4                | 12, 13                             | 11, 12, 13 |                  |

## ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### ЗАДАЧА 1

Стальной вертикальный стержень переменного сечения находится под действием продольной силы и собственного веса. Схема нагружения приведена на рис.1.

Принять: модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, удельный вес материала  $\gamma = 7,7$  Н/м<sup>3</sup>, допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа. Остальные данные взять из табл.1.

Требуется:

1. Рассчитать и построить эпюру продольных сил;
2. Рассчитать и построить эпюру нормальных напряжений. Для опасного сечения стержня (сечение с наибольшим нормальным напряжением) выполнить проверку на прочность.
3. Рассчитать и построить эпюру продольных перемещений поперечных сечений стержня  $\Delta w$ .

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие три типа задач различают при расчете на прочность элемента конструкций?
2. Как записываются условия прочности по наибольшим напряжениям (проектировочное и проверочное) при растяжении и сжатии стержня?
3. Что называется нормативным коэффициентом запаса прочности, от каких основных факторов зависит его величина?
4. Как определяется фактический коэффициент запаса прочности?
5. Как записывается условие жесткости для стержневых систем?

#### **Методические указания**

1. Изобразить расчетную схему стержня по заданным размерам, выдерживая масштаб по длине. Справа от стержня выделить место для построения эпюр  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\Delta l$ .
2. Для каждого участка стержня записать аналитическое выражение продольной силы  $N_z$  в зависимости от текущей координаты  $z$ . По граничным координатам участка рассчитать значения продольных сил и построить  $\Delta N$  на соответствующем участке.
3. По значениям продольных сил и параметрам сечений рассчитать нормальные напряжения на каждом из участков  $\sigma_i = N/A_i$ . Построить эпюру напряжений  $\Delta \sigma$ .

4. Используя соотношение  $\Delta l = \frac{1}{EA} \int_0^l N(z) dz$  рассчитать

значения перемещений сечений стержня и построить эпюру перемещений

Эв.  $\int_0^l N(z) dz$  – площадь ЭН на рассчитываемом участке длиной  $l$ .

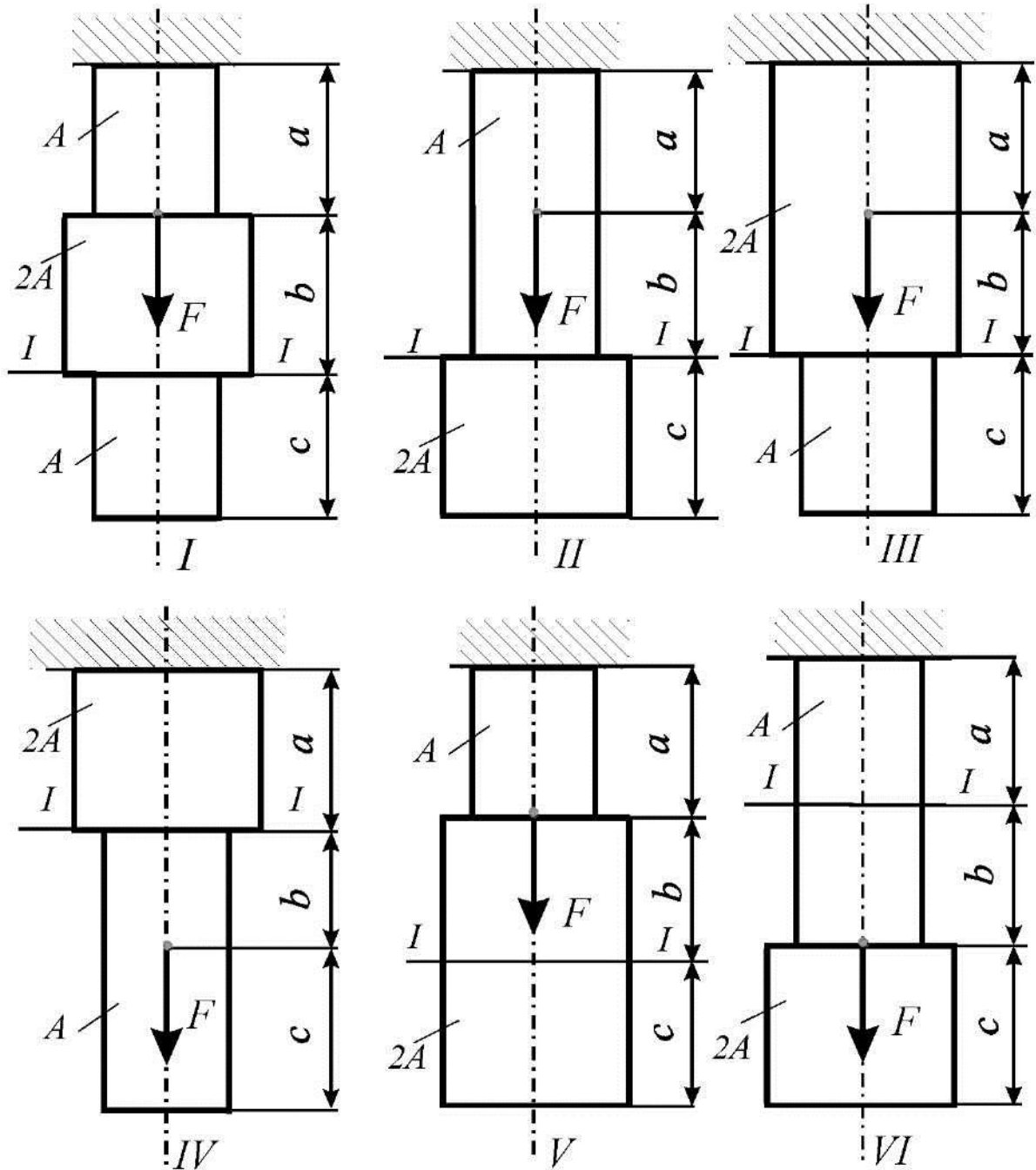


Рис.1

Таблица 1

| Номер строки | Номер схемы | $F, \text{kH}$ | $A, \text{cm}^2$ | $a, \text{м}$ | $b, \text{м}$ | $c, \text{м}$ |
|--------------|-------------|----------------|------------------|---------------|---------------|---------------|
| 1            | I           | 50             | 5                | 1             | 1             | 1             |
| 2            | II          | 60             | 6                | 2             | 2             | 2             |
| 3            | III         | 70             | 7                | 3             | 3             | 3             |
| 4            | IV          | 80             | 8                | 4             | 4             | 4             |
| 5            | V           | 90             | 9                | 5             | 5             | 5             |
| 6            | VI          | 50             | 5                | 6             | 6             | 6             |
| 7            | V           | 60             | 6                | 7             | 7             | 7             |
| 8            | IV          | 70             | 7                | 8             | 8             | 8             |
| 9            | III         | 80             | 8                | 9             | 9             | 9             |
| 0            | II          | 90             | 9                | 10            | 10            | 10            |
|              | е           | ε              | δ                | а             | б             | в             |

## ЗАДАЧА 2

Абсолютно жесткий стержень (рис.2), имеющий одну шарнирно неподвижную опору и прикрепленный двумя тягами из упругопластического материала, нагружен силой  $F$ . Требуется определить допустимое значение силы  $F$  из расчета на прочность по наибольшим напряжениям и по предельному равновесию и исследовать поведение стержневой системы при возрастающей нагрузке. Площади поперечного сечения тяг обозначены через  $A_j$ .

Принять:  $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ , нормативный запас прочности  $[n] = 1.5$ .  
Остальные данные взять из таблицы 2.

### Контрольные вопросы

1. Каков порядок раскрытия статической неопределимости стержневых систем по методу составления дополнительных уравнений перемещений (уравнений совместности деформаций)?
2. Какой вид имеет диаграмма деформирования идеально упругопластического материала?
3. Какое состояние стержневой системы называется предельным?
4. Как может быть определена предельная нагрузка для стержневой системы?

5. Какова сущность кинематического метода определения предельной нагрузки?

6. Совпадают ли результаты расчетов по наибольшим напряжениям и по предельному равновесию для статически определимых и статически неопределимых ферм?

7. Для стержневых систем какого материала не применим расчет на прочность по предельному равновесию?

#### Методические указания

1. Изобразить в масштабе расчетную схему стержневой системы.

2. Раскрыв статическую неопределимость стержневой системы методом совместности перемещений, определить нормальные силы  $N$  в стержнях (тягах).

3. Определить напряжения в стержнях (в долях  $F/A$ ) и из расчета на прочность по наибольшим напряжениям вычислить допустимое значение силы  $F$ .

4. Исследовать поведение фермы при возрастающей нагрузке:

а) изобразить ферму в состоянии, соответствующем возникновению в ней пластической деформации (течет один из стержней), и определить значение нагрузки начала текучести  $F_T$  (в долях  $\sigma_T A$ );

б) изобразить ферму в предельном состоянии (направление усилий в стержнях должно соответствовать направлению их деформаций) и из условия предельного равновесия системы определить предельную нагрузку  $F_0$  (в долях  $\sigma_T A$ );

в) построить график зависимости напряжений в стержнях (в долях  $\sigma_T$ ) от нагрузки, возрастающей от 0 до  $F_0$ .

5. Определить допустимое значение силы  $F$  из расчета на прочность по предельному равновесию.

6. Сравнить величины допустимой нагрузки  $F$ , полученные расчетом на прочность по наибольшим напряжениям и по предельному равновесию



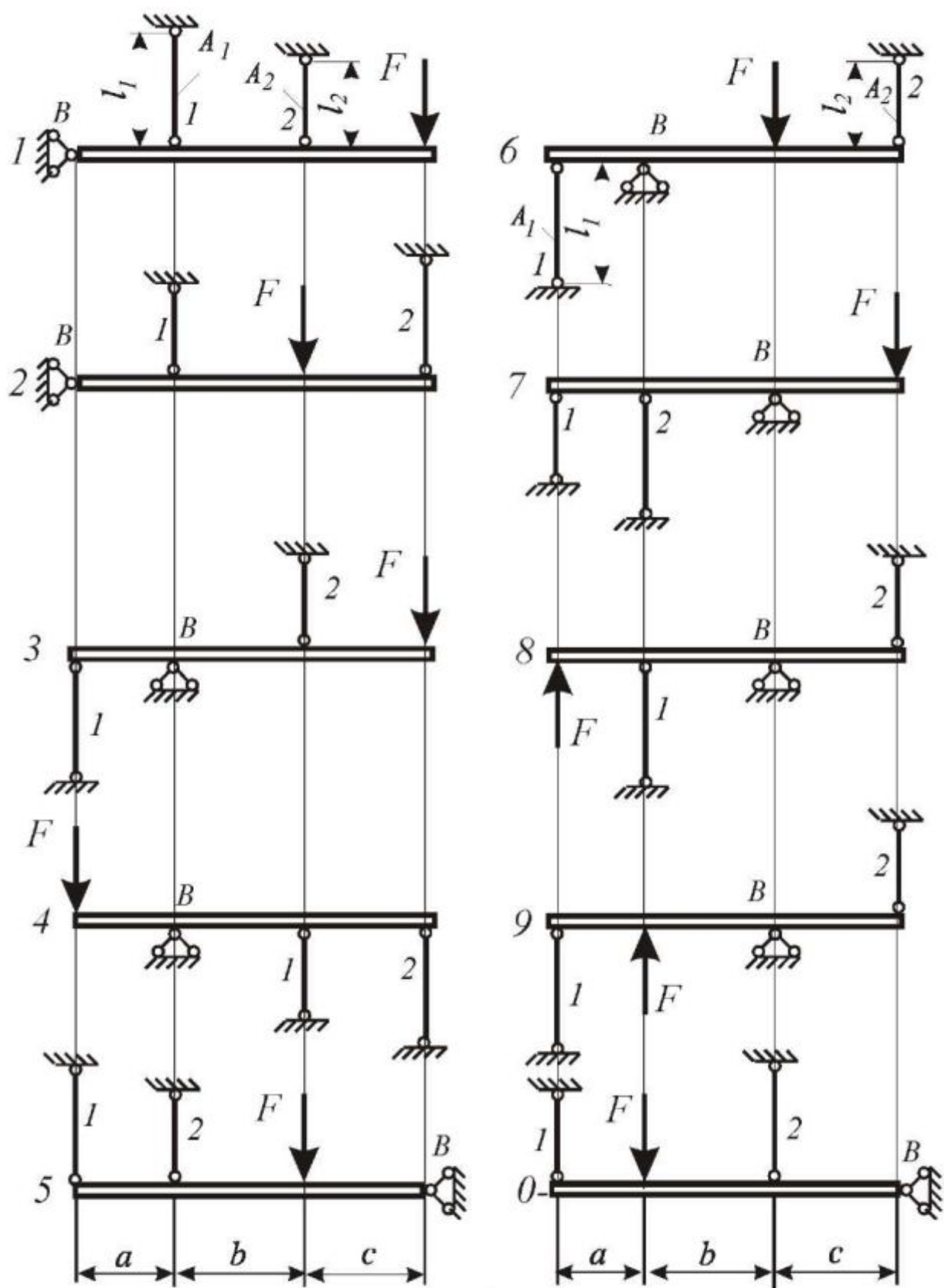


Таблица 2

| Номер  |       | $A_{1,2}$<br>см <sup>2</sup> | $A_{2,1}$<br>см <sup>2</sup> | $a$ , м | $b$ , м | $c$ , м | $l_1$ , м | $l_2$ , м |
|--------|-------|------------------------------|------------------------------|---------|---------|---------|-----------|-----------|
| строки | схемы |                              |                              |         |         |         |           |           |
| 1      | 1     | 2                            | 1                            | 1,1     | 1,1     | 1,1     | 0,6       | 0,6       |
| 2      | 2     | 3                            | 2                            | 1,2     | 1,2     | 1,2     | 0,8       | 0,8       |
| 3      | 3     | 4                            | 3                            | 1,3     | 1,3     | 1,3     | 1,0       | 1,0       |
| 4      | 4     | 5                            | 4                            | 1,4     | 1,4     | 1,4     | 1,2       | 1,2       |
| 5      | 5     | 6                            | 5                            | 1,5     | 1,5     | 1,5     | 1,4       | 1,4       |
| 6      | 6     | 7                            | 6                            | 1,6     | 1,6     | 1,6     | 1,5       | 1,5       |
| 7      | 7     | 8                            | 7                            | 1,7     | 1,7     | 1,7     | 1,6       | 1,6       |
| 8      | 8     | 9                            | 8                            | 1,8     | 1,8     | 1,8     | 1,8       | 1,8       |
| 9      | 9     | 10                           | 9                            | 1,9     | 1,9     | 1,9     | 2,0       | 2,0       |
| 0      | 0     | 11                           | 10                           | 1,0     | 1,0     | 1,0     | 2,2       | 2,2       |
|        | е     | а                            | б                            | в       | г       | д       | е         | а         |

### ЗАДАЧА 3

К стальному стержню переменного поперечного сечения (рис.3) приложены внешние моменты  $M_1$  и  $M_2$  (заданные в долях  $M$ ). Определить допустимое значение параметра нагрузки  $M$  из условий прочности и жесткости. При найденном значении момента  $M$  вычислить максимальный угол закручивания поперечного сечения вала.

Принять:  $l = 0,3$  м,  $[\tau] = 80$  МПа,  $[\theta] = 4$  град/м,  $D = 5$  см,  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа. Остальные данные взять из табл.3.

#### Контрольные вопросы

1. Какой вид нагружения стержня называется кручением?
2. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при его кручении, как они определяются и как распределены по сечению для стержня круглого поперечного сечения?
3. Как определяется полярный момент инерции и полярный момент сопротивления круглого сечения стержня?
4. Как записываются условия прочности по наибольшим напряжениям (проектировочное и проверочное) при кручении стержня?
5. Как определяется угол закручивания стержня круглого поперечного сечения, что называется жесткостью сечения при кручении?
6. Что называется относительным углом закручивания стержня, как он вычисляется?
7. Как записывается условие жесткости при кручении стержня?

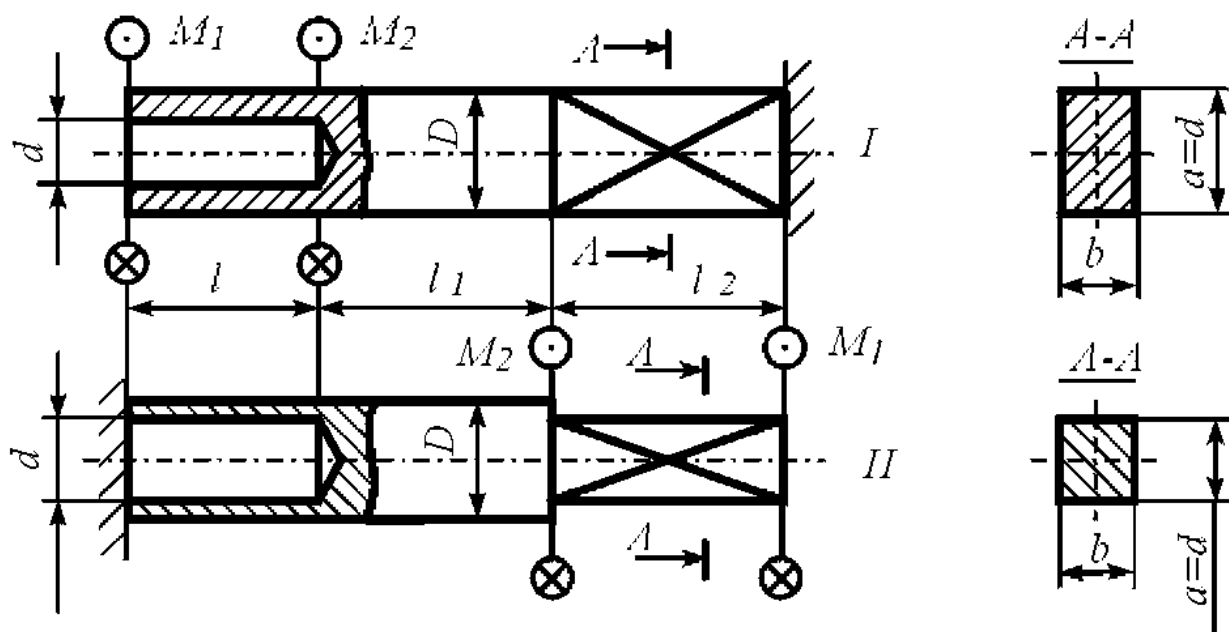


Рис.3

Таблица 3

| Номер      |       | $l_1/l$ | $l_2/l$ | $a/b$ | $d/D$ | $M_1/M$ | $M_2/M$ |
|------------|-------|---------|---------|-------|-------|---------|---------|
| строк<br>и | схемы |         |         |       |       |         |         |
| 1          | I     | 3,0     | 2       | 1,5   | 0,80  | 1       | -2,5    |
| 2          | II    | 2,5     | 1,5     | 1,75  | 0,75  | 2       | 3,0     |
| 3          | I     | 2,0     | 2       | 2     | 0,70  | -1      | -3,0    |
| 4          | II    | 2,5     | 2,5     | 2,5   | 0,65  | -2      | 2,5     |
| 5          | I     | 1,5     | 1,5     | 1,5   | 0,60  | 2       | 1,5     |
| 6          | II    | 3,0     | 2       | 1,5   | 0,80  | -1      | -1,5    |
| 7          | I     | 2,5     | 1,5     | 1,75  | 0,75  | -1      | 3       |
| 8          | II    | 2,0     | 2       | 2     | 0,70  | -2      | 2,5     |
| 9          | I     | 2,5     | 2,5     | 2,5   | 0,65  | 2       | -1,5    |
| 0          | II    | 1,5     | 1,5     | 1,5   | 0,60  | 1       | -2,5    |
|            | е     | а       | в       | е     | в     | б       | г       |

### Методические указания

1. Изобразить в масштабе расчетную схему стержня и построить эпюру крутящего момента. Значения крутящего момента в характерных сечениях каждого участка стержня согласно методу сечений определяются:  $T = -\sum M_z(F')$ , где  $M_z(F')$  – значение момента относительно оси  $z$  внешней силы (или внешнего момента),

приложенных к отсеченной части стержня (с учетом правила знаков для крутящего момента). При построении эпюры крутящего момента и ее проверке используются дифференциально-интегральные зависимости

$$dT/dz = -m, \quad T(z) = T(0) - \int_0^z m dz.$$

2. Определить величины максимальных касательных напряжений в поперечных сечениях каждого участка стержня (в долях  $M/d^3$ ) и построить эпюру  $\tau_{MAX}$ .

3. Из условия прочности для опасного участка стержня вычислить допустимое значение момента  $M$ .

4. Определить величины относительных углов закручивания  $\theta$  на каждом участке стержня (в долях  $M/Gd^4$ ) и построить эпюру  $\theta$ .

5. Из условия жесткости для участка стержня с наибольшим значением относительного угла закручивания  $\theta_{MAX}$  вычислить допустимое значение момента  $M$ .

6. Принять окончательное значение допустимого момента  $M$ .

7. Построить эпюру углов закручивания поперечных сечений стержня  $\varphi$ , начиная с заделки, и вычислить значение наибольшего угла закручивания  $\varphi_{MAX}$ .

#### ЗАДАЧА 4

Для стальной балки, испытывающей прямой изгиб (рис.4а), из расчета на прочность по наибольшим напряжениям определить размеры поперечного сечения для каждого из заданных типов:

а) прямоугольное сечение с соотношением сторон  $h/b = 2$ ;

б) круглое сечение;

в) двутавровое либо составленное из двух швеллеров или двух двутавров сечение (рис.4б).

Сравнить веса рассчитанных балок. Вычислить наибольшие касательные напряжения в балках каждого из вариантов поперечных сечений.

Принять:  $q = 60 \text{ кН/м}$ ,  $l = 40 \text{ см}$ , материал балки Ст.5,  $[n] = 1,8$ . Остальные данные взять из табл.4 и 27.

#### Контрольные вопросы

1. Какой изгиб называется прямым, чистым, поперечным?

2. Что такое нейтральный слой и нейтральная линия, как они расположены в балке и в ее поперечном сечении при прямом изгибе?

3. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях балки, как они определяются и как распределены по сечению?

4. Как определяется осевой момент сопротивления поперечного сечения балки?

5. Как записываются условия прочности по наибольшим напряжениям при изгибе балки?

6. Какова рациональная форма поперечного сечения балки из пластичного материала?

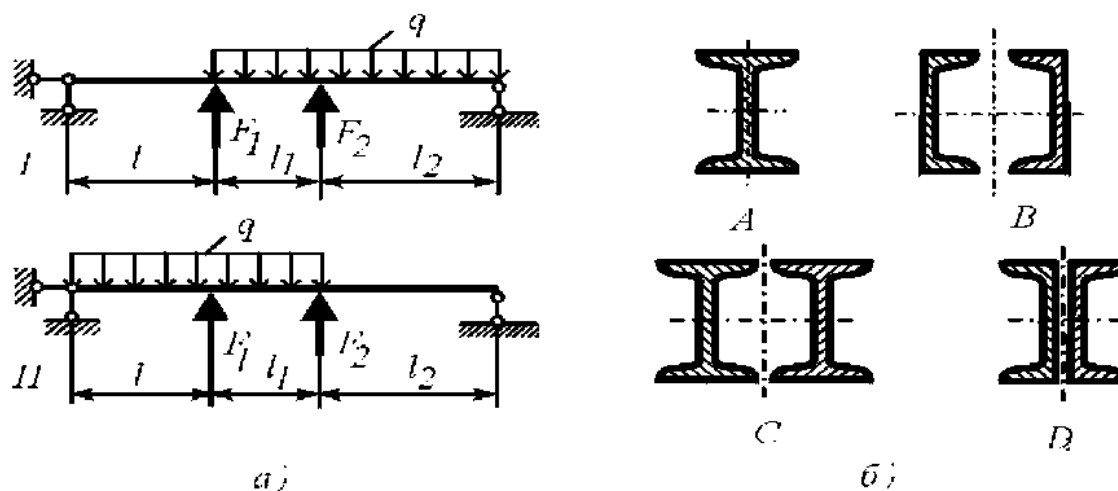


Рис. 4

Таблица 4

| Номер  |       | $l_1/l$ | $l_2/l$ | $F_1/ql$ | $F_2/ql$ | Сечение |
|--------|-------|---------|---------|----------|----------|---------|
| строки | схемы |         |         |          |          |         |
| 1      | I     | 1,5     | 1       | 1        | 2        | A       |
| 2      | II    | 2,0     | 2       | 2        | -2       | B       |
| 3      | I     | 2,5     | 3       | 3        | 3        | C       |
| 4      | II    | 2,0     | 1       | -3       | -3       | D       |
| 5      | I     | 1,5     | 2       | -2       | 4        | A       |
| 6      | II    | 1,5     | 1       | -1       | -4       | B       |
| 7      | I     | 2,0     | 2       | 2        | 2        | C       |
| 8      | II    | 2,5     | 3       | 3        | -2       | D       |
| 9      | I     | 2,0     | 1       | 1        | 3        | B       |
| 0      | II    | 1,5     | 2       | -2       | -3       | A       |
|        | в     | б       | в       | д        | е        | е       |

## Методические указания

### Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента.

1. Целесообразно строить эпюры поперечной силы в долях  $ql$  и изгибающего момента в долях  $ql^2$ . Изобразить с соблюдением масштаба длин расчетную схему балки, выразив длины ее участков в долях  $l$ , нагрузку – в данных варианта, и определить опорные реакции; опорные реакции в двухопорных балках рекомендуется определять из уравнений равновесия моментов относительно шарнирных опор, а уравнение равновесия проекции сил на вертикальную ось  $\sum F_y = 0$  использовать для проверки (оно должно удовлетворяться тождественно).

2. Построить эпюру поперечной силы  $EQ$ :

а) разбить балку на участки и определить с помощью метода сечений значения поперечной силы в начале и конце каждого участка:  $Q = -\sum F_y^*$ , где  $F_y^*$  – величина проекции на вертикальную ось  $y$  внешней силы, приложенной к отсеченной части балки (с учетом правила знаков для поперечной силы);

б) отложить на эпюре в масштабе и с учетом знака найденные значения поперечной силы в виде ординат к оси эпюры и соединить концы ординат на каждом участке линиями, соответствующими дифференциальной зависимости  $dQ/dz = -q$ , где  $q$  – интенсивность поперечной распределенной нагрузки.  $q$  считается положительной, если направлена вниз т. е. по положительному направлению оси  $y$ .

в) проверить эпюру (наличие "скачка" на эпюре, соответствующего тому сечению балки, в котором приложена сосредоточенная сила; выполнение дифференциально-интегральных зависимостей  $dQ/dz = -q$  и

$Q(z) = Q(0) - \int_0^z q dz$ ), а также проставить знаки (+, –) на эпюре.

3. Построить эпюру изгибающего момента  $EM_x$ :

а) определить с помощью метода сечений значения изгибающего момента в начале и конце каждого участка балки:  $M_x = -\sum M_x(F^*)$ , где  $M_x(F^*)$  – величина момента внешней силы (или внешнего момента), приложенной к отсеченной части балки, относительно поперечной оси  $x$  рассматриваемого сечения (ось  $x$  перпендикулярна плоскости чертежа, поэтому на расчетной схеме она представляется точкой, совпадающей с центром тяжести поперечного сечения балки);

б) отложить на эпюре в масштабе с учетом знака найденные значения изгибающих моментов в виде ординат к оси эпюры (+ значения моментов откладывают вниз а отрицательные – вверх) и соединить концы ординат на каждом участке линиями, соответствующими дифференциальной зависимости  $dM_x/dz = Q$  (эпюру изгибающих моментов строят со стороны растянутых волокон);

в) если на участке балки линия эпюры поперечной силы пересекает ось эпюры, определить абсциссу  $z_0$ , соответствующую сечению балки, в котором  $Q(z_0) = 0$  (аналитически или графически), вычислить с помощью метода сечений экстремальное значение изгибающего момента  $M_{\text{ЭКС}}$ , действующего в этом сечении, и отложить его на эпюре;

г) проверить эпюру: наличие "скачка" на эпюре, соответствующего сечению балки, в котором приложен сосредоточенный момент; выполнение интегрально-дифференциальных зависимостей  $dM_x/dz = Q_y$

и 
$$M(z) = M(0) + \int_0^z Q dz.$$

*Выполнение расчета на прочность.*

1. Определить наибольшее значение изгибающего момента  $M_{\text{МАХ}}$  (в долях  $ql^2$ ), соответствующего опасному сечению балки.

2. Из условия прочности по наибольшим напряжениям определить размеры прямоугольного и круглого поперечных сечений балки. Для сечения стандартного профиля вычислить требуемую величину осевого момента сопротивления  $W_x$  и подобрать по таблице сортамента соответствующий номер профиля.

3. Сравнить веса балок рассчитанных трех вариантов ее поперечных сечений.

4. Вычертить поперечные сечения трех вариантов балок в одном масштабе.

5. Вычислить наибольшие касательные напряжения в балках каждого варианта поперечных сечений и построить эпюры  $\tau$  по высоте сечений.

## ЗАДАЧА 5

Поперечное сечение стержня состоит из двух частей, соединенных в одно целое (рис.5). Требуется определить положение главных центральных осей, значения главных центральных моментов инерции, главных радиусов инерции и проверить правильность вычисления моментов инерции.

Исходные данные взять из таблиц сортамента (приложение ) и из таблицы 5.

### *Контрольные вопросы*

1. Как определяется центр тяжести простых и сложных сечений?
2. Какими формулами связаны осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно двух параллельных осей?
3. Что такое главные центральные оси сечения и как записывается формула для определения их положения?
4. В какой последовательности определяется момент инерции относительно главных центральных осей в случае сложных фигур поперечных сечений?

Таблица 5

| Номер  |       | Полоса   | № двутавра<br>(ГОСТ 8239-89)<br>или швеллера<br>(ГОСТ 8240-89) | Уголок<br>(ГОСТ 8510-86) |
|--------|-------|----------|----------------------------------------------------------------|--------------------------|
| строки | схемы |          |                                                                |                          |
| 1      | I     | 140 x 8  | 14                                                             | 125 x 80 x 8             |
| 2      | II    | 160 x 8  | 16                                                             | 140 x 90 x 8             |
| 3      | III   | 160 x 10 | 18                                                             | 160 x 100 x 9            |
| 4      | IV    | 180 x 10 | 20                                                             | 180 x 110 x 10           |
| 5      | V     | 200 x 8  | 22                                                             | 140 x 90 x 10            |
| 6      | VI    | 200 x 10 | 14                                                             | 125 x 80 x 8             |
| 7      | VII   | 200 x 12 | 16                                                             | 140 x 90 x 8             |
| 8      | VIII  | 220 x 10 | 18                                                             | 160 x 100 x 9            |
| 9      | IX    | 160 x 12 | 20                                                             | 180 x 110 x 10           |
| 0      | V     | 180 x 10 | 22                                                             | 140 x 90 x 10            |
|        | е     | б        | δ                                                              | в                        |



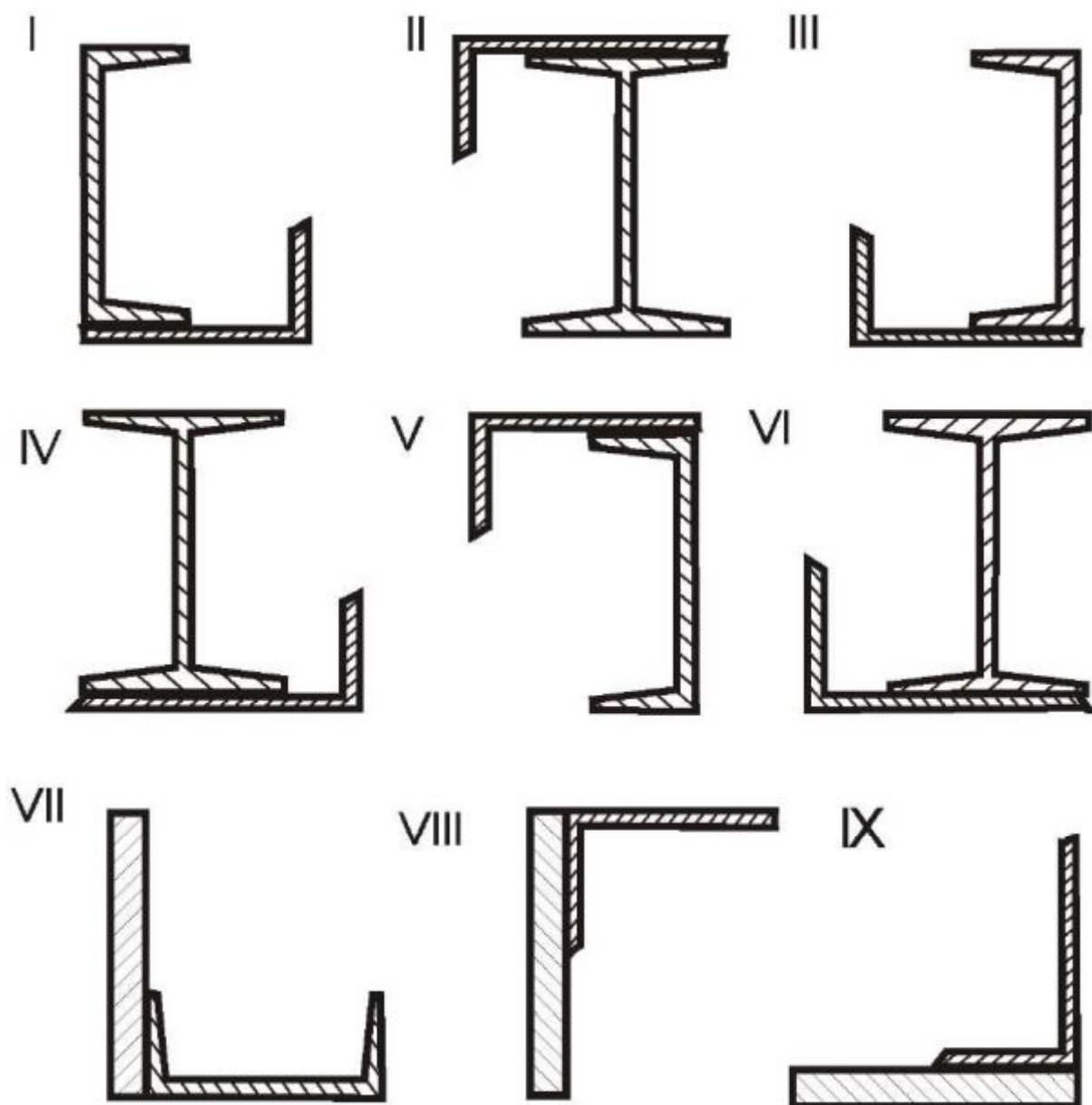


Рис.5

#### Методические указания

1. Вычертить поперечное сечение в масштабе 1:1 (размеры и геометрические характеристики составляющих фигур – швеллера, двутавра и неравнополочного уголка взять из таблиц сортамента прокатной стали, см. приложение данного пособия); фигуры, образующие заданное сечение, обозначить цифрами  $i = 1, 2$ .

2. Выбрать систему исходных осей  $x$  и  $y$ , совпадающую с центральными осями одной из фигур, например, швеллера; определить положение центров тяжести каждой фигуры относительно выбранных исходных осей координат. Показать на чертеже центральные оси каждой фигуры  $x_i$  и  $y_i$  ( $i = 1, 2$ ), параллельные исходным осям.

3. По таблицам сортамента найти геометрические характеристики каждой фигуры ( $A_i$ , см<sup>2</sup>;  $I_{xi}$ ,  $I_{yi}$  и  $I_{xiyi}$ , см<sup>4</sup>) относительно собственных центральных осей  $x_i$  и  $y_i$  (для уголка центробежный момент инерции  $I_{xiyi}$  вычисляется с помощью метода третьей оси или взять из таблицы приложения по ГОСТ 8510–86).

4. Вычислить площадь  $A$ , см<sup>2</sup> и статические моменты площади  $S_x$  и  $S_y$ , см<sup>3</sup> составного сечения относительно осей  $x_i$  и  $y_i$ ; найти координаты центра тяжести сечения (в см) и на чертеже провести центральные оси  $x_0$ ,  $y_0$  параллельно исходным осям  $x$ ,  $y$  (для сечения, составленного из двух фигур, центр тяжести располагается на линии, соединяющей центры тяжести составляющих фигур). Определить (с учетом знака) координаты центров тяжести каждой фигуры в системе осей  $x_0$ ,  $y_0$ .

5. Вычислить осевые и центробежный моменты инерции каждой фигуры относительно осей  $x_i$  и  $y_i$  и затем по формулам параллельного переноса соответствующие геометрические характеристики  $I_{x0}$ ,  $I_{y0}$  и  $I_{x0y0}$  для составного сечения.

6. Для составного сечения определить положение главных центральных осей  $u$ ,  $v$  и вычислить соответствующие моменты инерции  $I_u$ ,  $I_v$ . Найти значения главных радиусов инерции и проверить правильность вычисления моментов инерции.

## ЗАДАЧА 6

Для схем стальных балок I, II и плоской рамы III построить эпюры нормальных, поперечных сил и изгибающих моментов.

Для стальной балки схема II требуется определить методом начальных параметров угол поворота и линейное перемещение сечения границы второго и третьего участков балки (рис.6а). Для балки (схема I) требуется определить методом Мора (формула Симпсона или правило Верещагина) угол поворота и линейное перемещение консольного сечения балки, а для рамы (схема III, рис.6б) – линейное перемещение сечения приложения сосредоточенной силы, по направлению этой силы, и угол поворота сечения, находящегося над шарнирно подвижной опорой.

Принять:  $E = 20 \cdot 10^5$  МПа. Поперечные сечения стержней: балки схема I и II – двутавровое; рама схема III – трубчатое с внешним диаметром  $D$  и внутренним –  $d$ .

Исходные данные взять из табл.6.

### Контрольные вопросы

1. В каком порядке производится определение перемещений с помощью интеграла Мора?

2. В каких случаях по направлению искомого перемещения в стержневой системе прикладывается единичная сосредоточенная сила, а в каких – сосредоточенный момент?

3. Интегрирование с использованием формулы перемещений ведётся по участкам всего сооружения (упругой системы) или только потому участку, которому принадлежит точка искомого перемещения?

4. Что означает знак плюс или минус вычисленного значения интеграла Мора?

5. При определении перемещений в упругой системе все ли члены (слагаемые) формулы Мора используются? Если нет, то какими из них можно пренебречь для случаев плоской и пространственной рам?

6. Что представляют собой уравнения метода начальных параметров? Как определяются значения начальных параметров?

7. В каком порядке производится определение углов поворота и прогибов сечений балок методом начальных параметров?

Таблица 6

| Номер  |               |          | $b, \text{ м}$ | $c, \text{ м}$ | $l, \text{ м}$ | $F, \text{ кН}$ | $q, \text{ кН/м}$ | $M, \text{ кН}\cdot\text{м}$ | $D, \text{ мм}$ | $d/D$ | Номер двутавра по ГОСТ(8239-9) |
|--------|---------------|----------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|------------------------------|-----------------|-------|--------------------------------|
| строки | схемы I и III | схемы II |                |                |                |                 |                   |                              |                 |       |                                |
| 1      | 1             | 1        | 0,9            | 1,3            | 1,0            | 0,8             | 0,8               | 1,0                          | 120             | 0,6   | 20                             |
| 2      | 2             | 2        | 1,0            | 1,2            | 1,1            | 0,9             | 0,9               | 1,2                          | 130             | 0,7   | 20а                            |
| 3      | 3             | 3        | 1,1            | 1,1            | 1,2            | 1,0             | 1,0               | 1,5                          | 140             | 0,5   | 22                             |
| 4      | 4             | 4        | 1,2            | 1,0            | 1,0            | 1,1             | 1,1               | 1,6                          | 150             | 0,6   | 22а                            |
| 5      | 5             | 5        | 1,3            | 0,9            | 1,2            | 1,2             | 1,2               | 2,0                          | 140             | 0,7   | 24                             |
| 6      | 6             | 6        | 1,0            | 1,1            | 1,4            | 1,3             | 1,3               | 2,1                          | 130             | 0,5   | 24а                            |
| 7      | 7             | 7        | 1,2            | 1,0            | 1,0            | 1,4             | 1,4               | 2,4                          | 120             | 0,7   | 20а                            |
| 8      | 8             | 8        | 1,1            | 0,9            | 1,2            | 1,5             | 1,5               | 2,6                          | 150             | 0,8   | 24                             |
| 9      | 9             | 9        | 0,9            | 1,3            | 1,3            | 1,6             | 1,6               | 2,8                          | 140             | 0,6   | 22                             |
| 0      | 0             | 0        | 1,3            | 1,2            | 1,4            | 1,7             | 1,7               | 3,0                          | 160             | 0,8   | 22а                            |
|        | $\partial$    | $e$      | $z$            | $a$            | $b$            | $e$             | $v$               | $z$                          | $\partial$      | $a$   | $b$                            |

## Методические указания

1. *Определение перемещений по методу Мора (формулы Симпсона и Верещагина).*

1. Изобразить в масштабе расчетную схему балки или рамы.
2. Построить эпюру изгибающих моментов от действия внешних сил (грузовую эпюру  $\mathcal{M}_F$ );

3. Для определения линейного перемещения вычертить балку или раму, освобожденную от внешних сил, и загрузить её в точке искомого перемещения единичной силой  $F = 1$  по искомому направлению. Определить опорные реакции (если это требуется) и построить эпюру изгибающих моментов от  $M_1$  (единичную эпюру  $\mathcal{M}_1$ ).

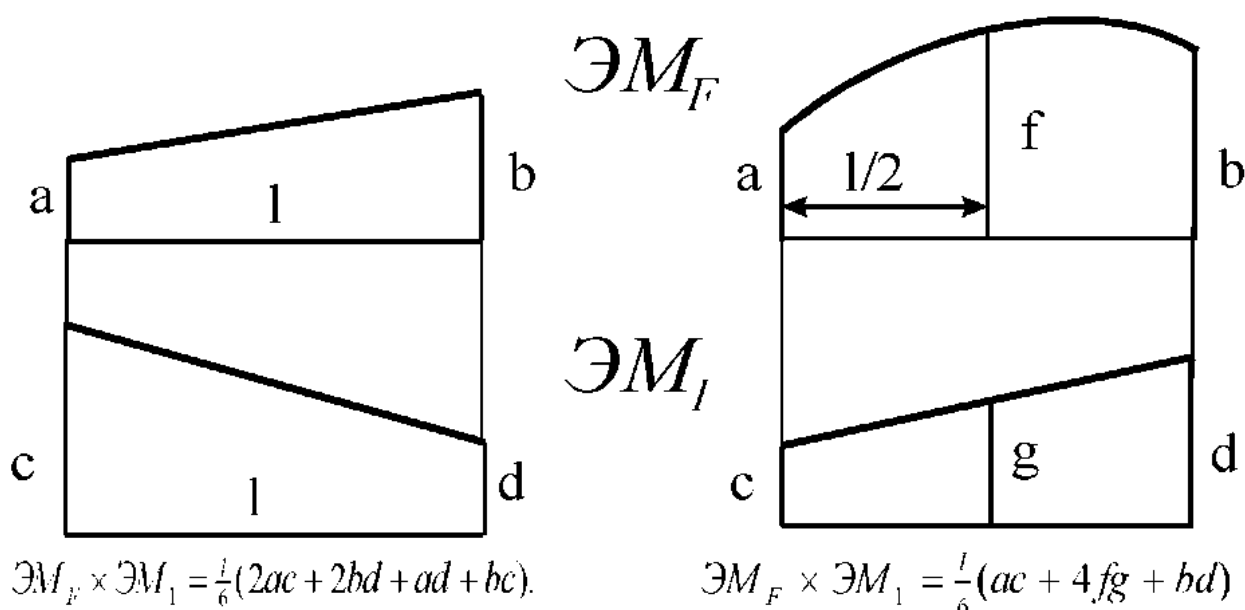
4. Перемножением эпюр определить прогиб в заданной точке

$$\nu = \sum \frac{1}{EI_x} (\mathcal{M}_F \times \mathcal{M}_1).$$

5. Для определения угла поворота заданного сечения, к освобожденной системе от внешней нагрузки, в этом сечении приложить единичный момент  $M_1 = 1$ . Определить опорные реакции и построить эпюру изгибающих моментов  $\overline{\mathcal{M}}_1$ .

6. Перемножением  $\mathcal{M}_F$  и  $\overline{\mathcal{M}}_1$  определить угол поворота заданного сечения  $\theta = \frac{1}{EI_x} (\mathcal{M}_F \times \overline{\mathcal{M}}_1)$ .

Схема перемножения эпюр



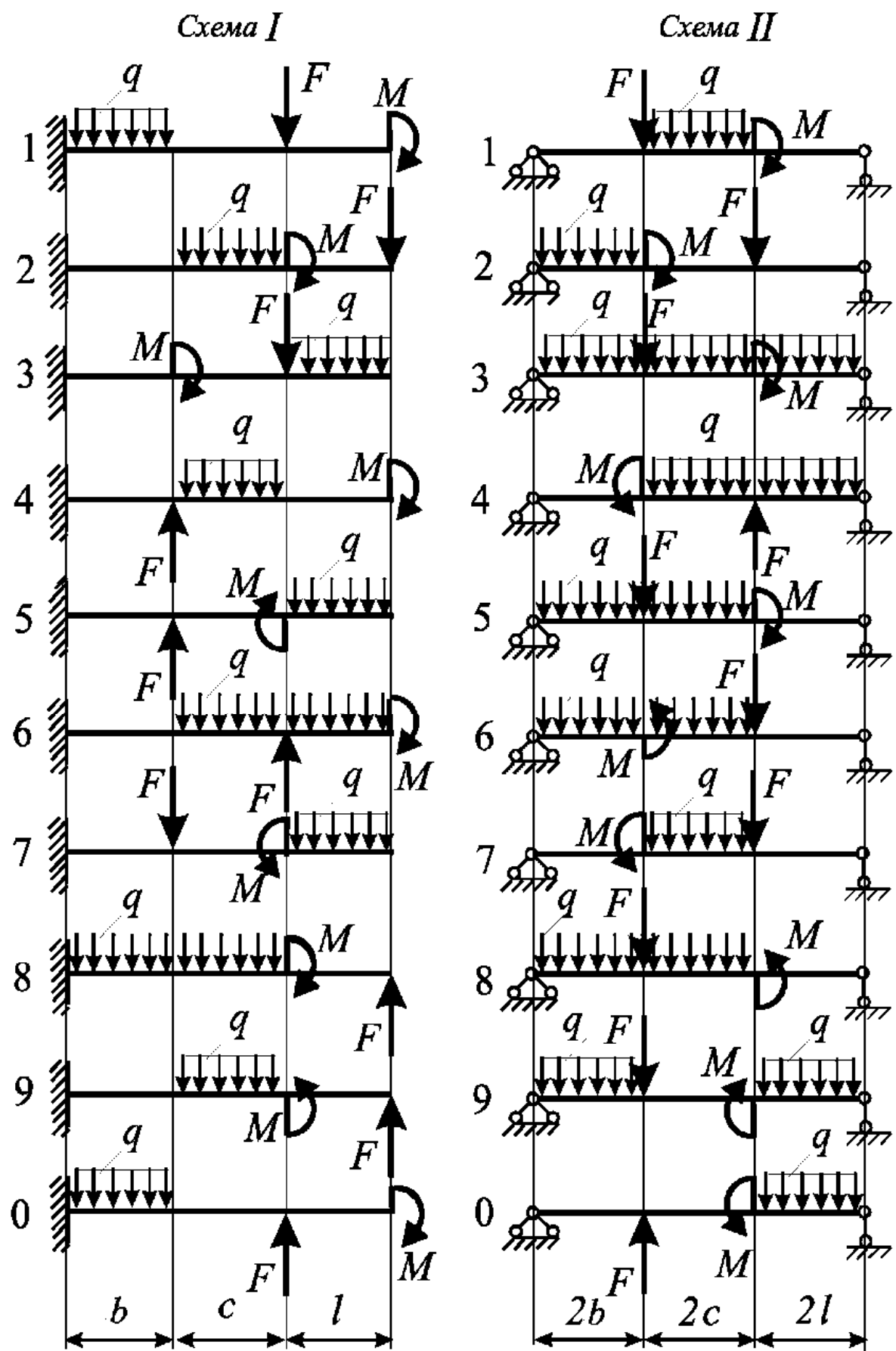


Рис.6а

Схема III

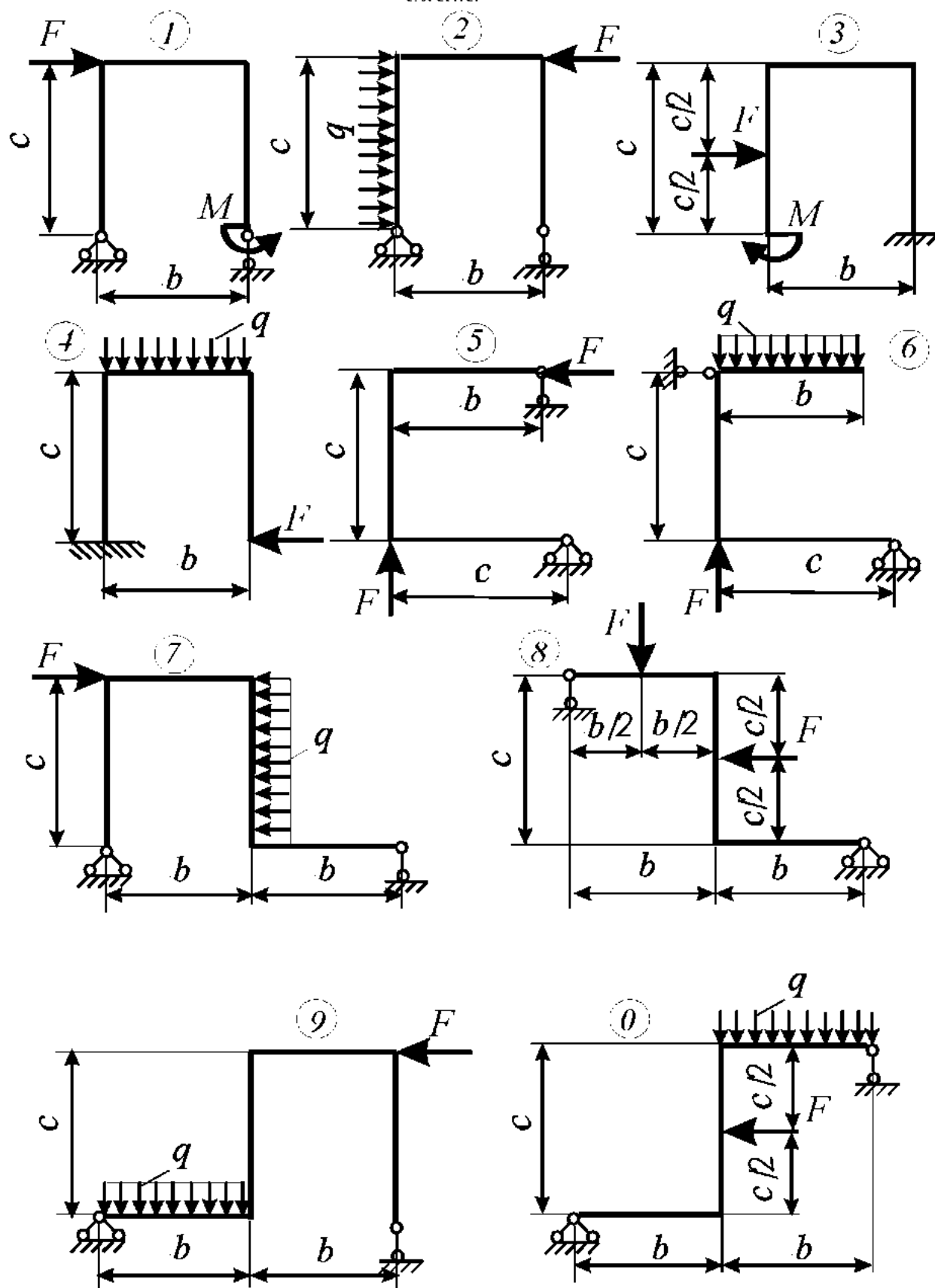


Рис.6(б)

## II. Определение перемещений по методу начальных параметров.

В общем виде универсальное уравнение упругой линии и углов поворота сечений по методу начальных параметров записывается так:

$$\begin{aligned} EIv(z) = EIv_0 + EI\theta_0 Z - \frac{M_0 z^2}{2!} - \frac{Q_0 z^3}{3!} + \frac{q_0 z^4}{4!} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{M_i (z-a_i)^2}{2!} - \\ - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{Q_i (z-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{q_i (z-c_i)^4}{4!}; \\ EI\theta(z) = EI\theta_0 - M_0 z - \frac{Q_0 z^2}{2!} + \\ + \frac{q_0 z^3}{3!} - \sum_{i=1}^{n-1} M_i (z-a_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{Q_i (z-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{q_i (z-c_i)^3}{3!}. \end{aligned}$$

Здесь:  $v(z), \theta(z)$  – искомые прогиб и угол поворота в сечении с текущей координатой  $z$  (ось  $z$  направлена вдоль оси балки);

$V_0, \theta_0, M_0, Q_0, q_0$  – параметры в начале координат (прогиб, угол поворота, момент, поперечная сила и равномерно распределенная нагрузка);

$M_i, Q_i, q_i$  – внешние силовые факторы в пределах балки;

$a_i, b_i, c_i$  – расстояния от начала координат до точки приложения соответствующего силового фактора.

При выборе начала координат на левом конце балки и при направлении оси  $Y$  вниз, а оси  $Z$  вправо считать положительными: внешние моменты и углы поворота – по ходу часовой стрелки; внешние сосредоточенные силы – вверх; интенсивность распределенной нагрузки и прогиб балки – вниз, по направлению оси  $Y$ .

1. Определить реакции опор.

2. Установить начальные параметры  $V_0, \theta_0, M_0, Q_0, q_0$ .

$V_0 = 0$  – шарнирное закрепление балки;  $M_0 = 0$  – шарнирное закреп-

ление балки;  $Q_0 = R_n$  – сила на левом конце балки;  $q_0 = q$  – если распределенная нагрузка приложена от начала координат.  $q_0 = 0$  – при ином расположении распределенной нагрузки  $q$ ;  $\theta_0 \neq 0$  – неизвестный параметр, который находится из условий закрепления на правом конце балки при  $z=l$ ;  $V_{z=l} = 0$ , т. е. Из уравнения  $EI V_{z,l} = 0$ .

Надо помнить, что при определении прогиба или угла поворота в каком-либо сечении балки универсальные уравнения учитывают только те нагрузки, которые действуют на участке балки от начала координат до рассматриваемого сечения.

Если распределенная нагрузка  $q$  обрывается в сечении  $n - n$ , расположенном левее сечения  $z$ , для которого определяются прогиб или угол поворота, то её следует мысленно продолжить до правого конца балки и одновременно с этим приложить на участке от сечения  $n - n$  до правого конца балки нагрузку  $q$  того же значения, но с обратным знаком.

3. Составить универсальные уравнения прогиба и угла поворота для сечения балки, находящегося на границе второго и третьего участков и определить искомые перемещения  $V$  и  $\theta$ .

## ЗАДАЧА 7

Стальная балка и варианты поперечных сечений которой изображены на рис. 7, нагружена вертикальной  $F_1$  и горизонтальной силами  $F_2$  (заданными в долях  $P$ ). Из расчета на прочность по наибольшим напряжениям определить допустимое значение параметра нагрузки  $P$ .

Принять:  $l = 60$  см,  $[n] = 2$ . Остальные данные взять из табл. 7 и.

### *Контрольные вопросы*

1. Какой вид изгиба стержня называется косым?
2. Как определяются нормальные напряжения в поперечном сечении балки при косом изгибе?
3. Как проходит нейтральная линия в поперечном сечении балки при косом изгибе?
4. Как определяется положение опасной точки в поперечном сечении балки при косом изгибе?
5. Для каких форм поперечного сечения балки при косом изгибе положение опасной точки может определяться без нахождения нейтральной линии?
6. Как записываются условия прочности при косом изгибе для балки, выполненной из пластического и из хрупкого материалов?



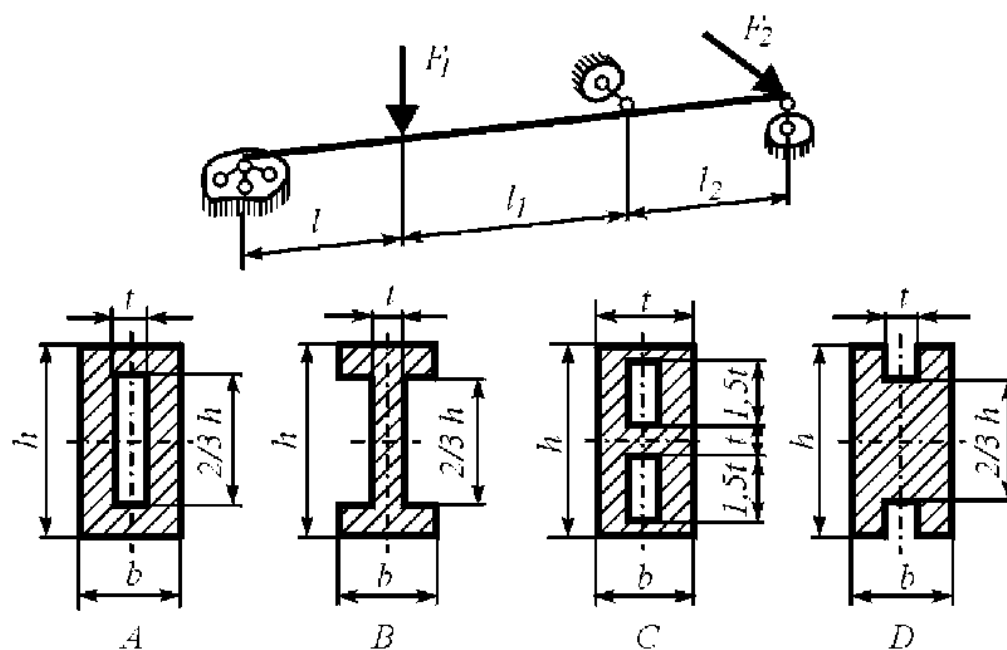


Рис.7

Таблица 7

| Номер строки | $l_1/l$  | $b/t$    | $l_2/l$  | $h/t$    | $F_1/P$  | $F_2/P$  | $t, \text{мм}$ | Сечение  | Материал |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------------|----------|----------|
| 1            | 2        | 3        | 1        | 7        | 1        | 1,5      | 10             | A        | Ст.3     |
| 2            | 3        | 4        | 2        | 8        | 2        | 2,5      | 12             | B        | Ст.4     |
| 3            | 2        | 5        | 1        | 9        | 3        | 3,5      | 15             | C        | 40X      |
| 4            | 3        | 6        | 2        | 10       | 4        | -3,5     | 12             | D        | 40XH     |
| 5            | 2        | 3        | 1        | 7        | -4       | -2,5     | 10             | A        | Ст.45    |
| 6            | 3        | 4        | 2        | 8        | -3       | -1,5     | 15             | B        | 12XH3A   |
| 7            | 2        | 5        | 1        | 9        | -2       | 1,5      | 12             | C        | Ст.45    |
| 8            | 3        | 6        | 2        | 10       | 5        | -2,5     | 10             | D        | 40XH     |
| 9            | 2        | 5        | 1        | 8        | -3       | -3,5     | 12             | A        | 40X      |
| 0            | 3        | 4        | 2        | 7        | -2       | 2,5      | 15             | B        | Ст.4     |
|              | <i>a</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>г</i> | <i>д</i> | <i>е</i> | <i>а</i>       | <i>б</i> | <i>в</i> |

## Методические указания

1. Изобразить в масштабе расчетную схему балки, построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной ( $\mathcal{E}M_x$ ) и в горизонтальной ( $\mathcal{E}M_y$ ) плоскостях (в долях  $P$ ) и определить значения  $M_x$  и  $M_y$  в опасном сечении балки.

2. Вычертить в масштабе опасное сечение балки, показать главные центральные оси  $x$  и  $y$  и вычислить главные моменты инерции сечения  $I_x$  и  $I_y$ .

3. Показать на чертеже сечения изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$ , действующие в этом сечении балки, записать уравнение нейтральной линии и указать её положение на чертеже; установить опасную точку.

4. Определить напряжение  $\max \sigma$ , действующее в опасной точке.

5. Из условия прочности по наибольшим напряжениям определить допустимое значение параметра нагрузки  $P$ .

6 Для опасного сечения балки построить эпюру распределения нормальных напряжений.

## ЗАДАЧА 8

На столб заданного поперечного сечения в точке D верхнего торца действует внецентренно приложенная растягивающая или сжимающая сила

$F = 100$  кН (рис.8). Растягивающая сила обозначена точкой в кружке, а сжимающая – крестом.

Требуется:

1. Показать положение главных центральных осей инерции и вычислить значения главных моментов и квадратов главных радиусов инерции сечения.

2. Найти положение нулевой линии и показать её на схеме сечения с указанием отрезков, отсекаемых на осях координат.

3. Определить наибольшие (растягивающие и сжимающие) напряжения в поперечном сечении и построить эпюру напряжений.

4. Построить ядро сечения и указать координаты его характерных точек.

Все расчетные схемы необходимо выполнять, строго соблюдая масштаб.

Исходные данные взять из табл.8

### Контрольные вопросы.

1. Какой стержень называется стержнем большой жесткости?
2. Какой вид имеет формула для определения нормальных напряжений в произвольной точке поперечного сечения при внецентренно приложенной продольной силе? Какой вид имеет эпюра этих напряжений?
3. Как определяется положение нейтральной линии при внецентренном растяжении или сжатии?
4. Может ли нейтральная линия находиться вне сечения?
5. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном растяжении (сжатии) ?
6. В каком случае нейтральная линия перпендикулярна одной из главных осей инерции сечения?
7. Что означает понятие радиус инерции сечения?
8. Какие свойства обладают точки, принадлежащие ядру сечения, и как оно строится?

Таблица 8

| Номер  |       | $b$ , см | $c$ , см | $a$ , см |
|--------|-------|----------|----------|----------|
| строки | схемы |          |          |          |
| 1      | 1     | 120      | 50       | 20       |
| 2      | 2     | 130      | 55       | 30       |
| 3      | 3     | 140      | 60       | 40       |
| 4      | 4     | 150      | 65       | 30       |
| 5      | 5     | 120      | 70       | 20       |
| 6      | 6     | 130      | 50       | 25       |
| 7      | 7     | 140      | 55       | 20       |
| 8      | 8     | 150      | 60       | 25       |
| 9      | 9     | 120      | 65       | 30       |
| 0      | 0     | 130      | 70       | 25       |
|        | $e$   | $a$      | $b$      | $c$      |

### Методические указания

1. Вычертить поперечное сечение в масштабе 1:10. Определить положение главных центральных осей (первый признак главных осей

тот, что ими являются оси симметрии), рассчитать главные осевые моменты инерции  $I_X$  и  $I_Y$ , площадь сечения  $A$  и радиусы инерции

$$i_X = \sqrt{\frac{I_X}{A}}; \quad i_Y = \sqrt{\frac{I_Y}{A}}.$$

2. Рассчитать точки пересечения нулевой (нейтральной) линии с главными осями сечения  $x$  и  $y$

$$X_n = -\frac{i_Y^2}{e_X}; \quad Y_n = -\frac{i_X^2}{e_Y},$$

где  $e_X, e_Y$  – координаты точки приложения силы  $F$  (координаты точки D). Отложить координаты  $X_n, Y_n$  и провести нулевую линию.

3. При определении наибольших (растягивающих и сжимающих) напряжений в сечении стержня следует обратиться к рассмотрению положения нулевой линии. Так как эпюра напряжений в сечении линейна, то максимальные напряжения возникают в точках наиболее удаленных от нейтральной линии по одну и другую сторону от неё (в опасных точках). В данной задаче их координаты совпадают с координатами соответствующих угловых точек. Рассчитать напряжения в опасных точках и по их значениям построить эпюру напряжений. Расчетная формула имеет вид:

$$\sigma = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{e_Y y}{i_X^2} + \frac{e_X x}{i_Y^2} \right),$$

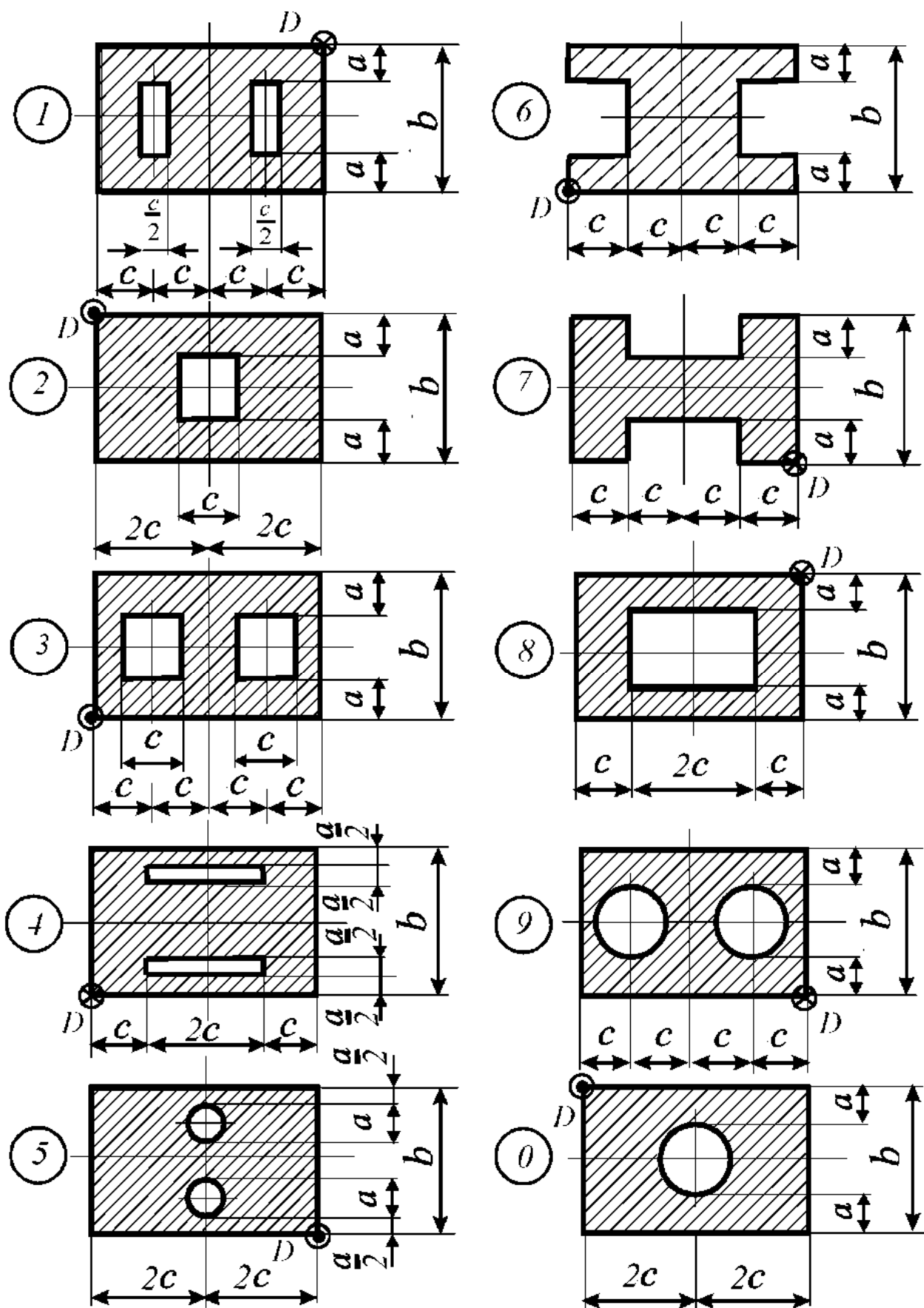


Рис.8

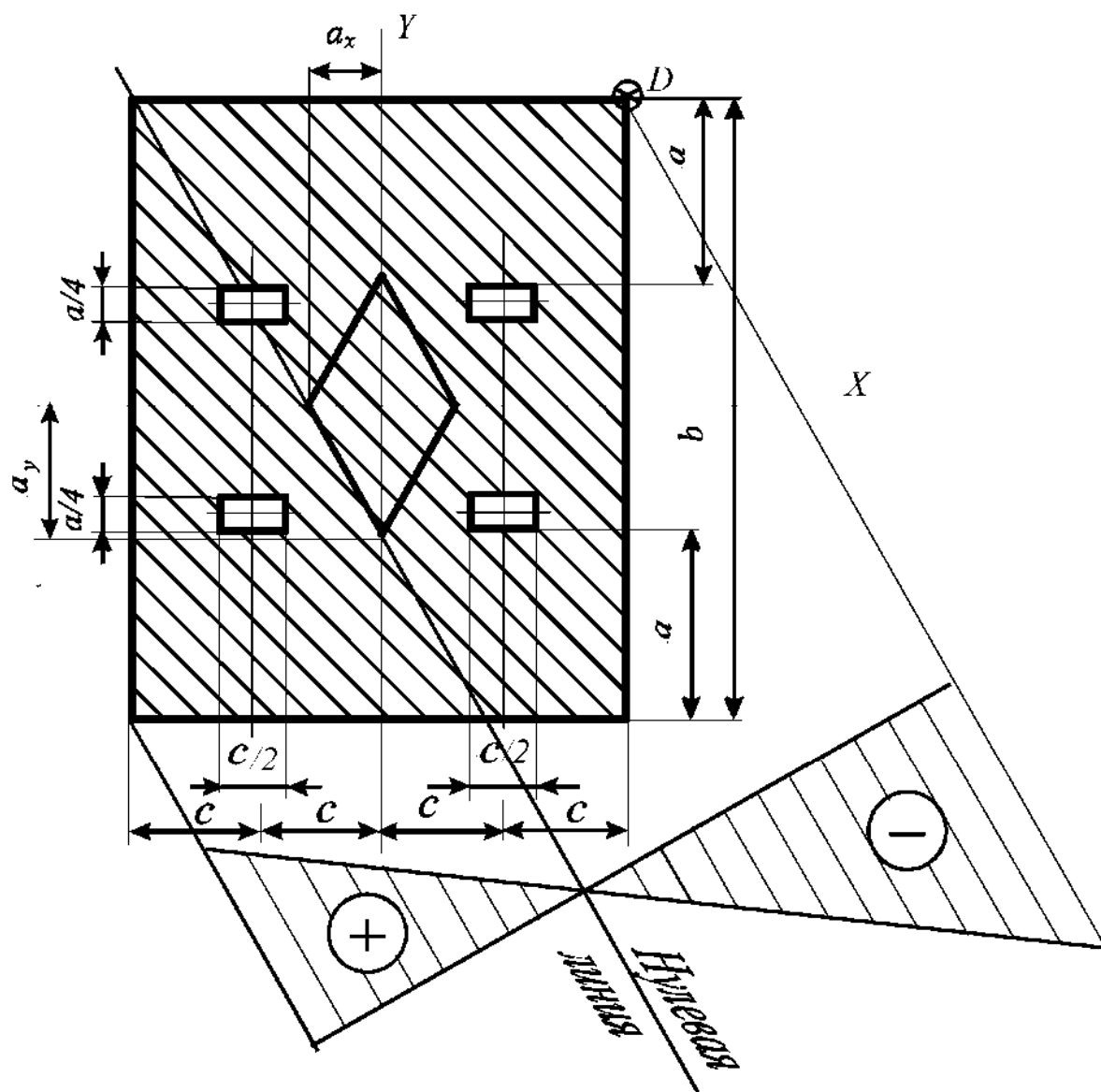


Рис.8а

где  $y, x$  – координаты соответствующих угловых точек.

4. Мысленно перемещая силу  $F$  в другие угловые точки можно получить симметричные перемещения нулевой линии, которые выделяют заштрихованную область, получившую название ядро сечения.

*Ядро сечения – это некоторая центральная область сечения, обладающая свойством, что сжимающая сила, приложенная в любой её точке вызывает во всех точках сечения только сжимающие напряжения.*

## ЗАДАЧА 9

Для стального стержня прямоугольного сечения заданы в долях параметра  $M$  внутренние силовые факторы  $M_x$ ,  $M_y$  и  $T$  (рис.9).

Для одной из точек сечения требуется исследовать в относительных величинах напряженно-деформированное состояние:

1. вычислить нормальные и касательные напряжения и показать эти напряжения по граням элементарного параллелепипеда, выделенного вокруг заданной точки;

2. определить аналитически положение главных площадок и величины главных напряжений. Показать выделенный элемент так, чтобы его грани являлись главными площадками;

3. построить круговую диаграмму напряжений О.Мора и на ней показать точки, соответствующие исходным и главным площадкам;

4. вычислить в точке максимальные значения линейной  $\varepsilon_{\max}$  и угловой  $\gamma_{\max}$  деформаций.

Исходные данные взять в таблице 9.

### Контрольные вопросы

1. Что называется напряженным состоянием в точке тела?

2. Как принято задавать напряженное состояние в точке тела, сколько различают компонентов напряженного состояния, как они обозначаются?

3. Какие площадки и напряжения называются главными, как обозначаются главные напряжения?

4. Какие различают виды напряженного состояния в точке тела?

5. Как определяются главные напряжения и положения главных площадок, если известно положение одной из главных площадок и соответствующее главное напряжение, а также напряжения, действующие в двух других взаимно перпендикулярных площадках?

6. Какое напряженное состояние характерно для точек стержня, испытывающего сложное нагружение, как в этом случае определяются главные напряжения и положение главных площадок?

7. Как строится круговая диаграмма напряженного состояния в точке, заданного главными напряжениями?

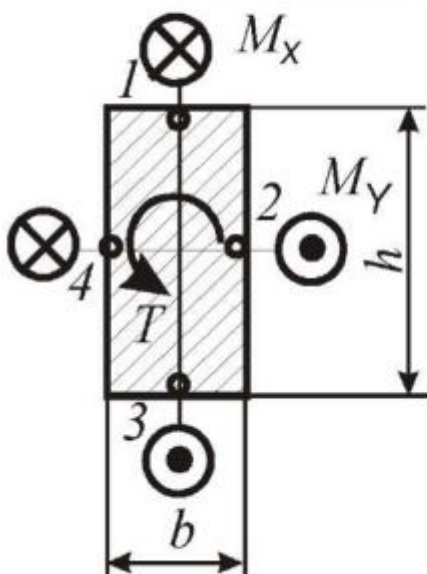


Рис.9

Таблица 9

| Номер  |            | $h/b$    | $M_x/M$    | $M_y/M$ | $T/M$ |
|--------|------------|----------|------------|---------|-------|
| строки | точки      |          |            |         |       |
| 1      | 1          | 1        | 1          | -2      | 2     |
| 2      | 2          | 1,5      | -2         | 1       | 2     |
| 3      | 3          | 2        | 3          | 1,5     | 1     |
| 4      | 4          | 3        | 4          | -1,5    | 2,5   |
| 5      | 4          | 2,5      | -1,5       | 1       | 3     |
| 6      | 3          | 1,25     | 2          | 2       | -2    |
| 7      | 2          | 1,75     | 2,5        | 2       | 1     |
| 8      | 1          | 2        | 3          | 1       | 1,5   |
| 9      | 3          | 2,5      | -2         | 2,5     | -1,5  |
| 0      | 4          | 1,5      | -1         | 3       | 1     |
|        | $\epsilon$ | $\delta$ | $\partial$ | $a$     | $e$   |

### Методические указания

1.Вычертить в масштабе поперечное сечение и показать на чертеже внутренние силовые факторы.

2.Вычислить нормальные  $\sigma$  и касательные  $\tau$  напряжения (в относительных величинах, в параметрах  $M$  и  $b$ ), действующие в рассматриваемой точке поперечного сечения.

4.Изобразить в изометрии элементарный параллелепипед, выделенный в окрестности рассматриваемой точки поперечного сечения, и показать найденные напряжения.

5.Определить величины главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  и положение главных площадок (угол  $\alpha_0$ ) в рассматриваемой точке.

6.Показать на рисунке в плоском изображении положение главных площадок по отношению к исходным площадкам.

7.По найденным главным напряжениям построить круговую диаграмму напряженного состояния в рассматриваемой точке поперечного сечения.

8.Показать на круговой диаграмме точки  $A$  и  $B$ , соответствующие напряжениям  $\sigma$  и  $\tau$ , действующим в двух исходных площадках.



## ЗАДАЧА 10

Для стальной балки (рис. 22а) составного поперечного сечения, изображенного на рис.22б, требуется:

1.построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента и из расчета на прочность по наибольшим нормальным и наибольшим касательным напряжениям определить допустимую нагрузку  $P$ ;

2.проверить прочность балки по максимальным эквивалентным напряжениям.

При расчетах принять :  $l = 30$  см , толщину полосы  $\delta = 0,05$  В,  $[\sigma] = 160$  МПа,  $[\tau] = 80$  МПа. Остальные данные взять из табл.22 и приложения и.

### *Контрольные вопросы*

1.В каких случаях стержень, подверженный поперечному изгибу, следует дополнительно рассчитывать на прочность по наибольшему касательному напряжению?

2.Как записать условие прочности балки по наибольшим касательным напряжениям и максимальным эквивалентным?

3.Что представляет собой отсеченная часть в формуле Журавского? Относительно какой оси определяют ее статический момент?

4.Что означает линейный размер в формуле Журавского?

5.Как используется при выводе формулы для определения касательных напряжений в поперечных сечениях балки при прямом поперечном изгибе закон парности касательных напряжений?

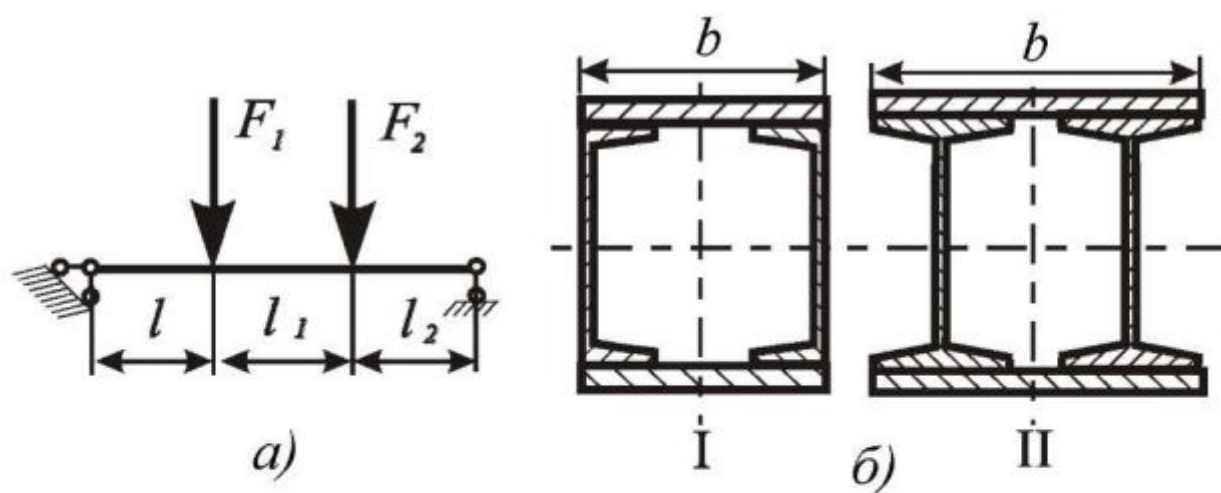


Рис.10

Таблица 10

| Номер  |       | $F_1/P$ | $F_2/P$ | $l_1/l$ | $l_2/l$ | $b$ ,<br>мм | № швеллера<br>(ГОСТ 8240-89)<br>или двутавра<br>(ГОСТ 8239-89) |
|--------|-------|---------|---------|---------|---------|-------------|----------------------------------------------------------------|
| строки | схемы |         |         |         |         |             |                                                                |
| 1      | I     | - 1     | - 5     | 2,0     | 1,0     | 220         | 14                                                             |
| 2      | II    | 2       | 4       | 2,5     | 1,5     | 240         | 16                                                             |
| 3      | I     | - 3     | - 3     | 1,5     | 2,0     | 260         | 18                                                             |
| 4      | II    | - 4     | 2       | 1,0     | 2,5     | 280         | 20                                                             |
| 5      | I     | 5       | 1       | 1,5     | 1,0     | 300         | 22                                                             |
| 6      | II    | - 1     | - 5     | 2,0     | 1,0     | 220         | 14                                                             |
| 7      | I     | 2       | 4       | 2,5     | 1,5     | 240         | 16                                                             |
| 8      | II    | - 3     | - 3     | 1,5     | 2,0     | 260         | 18                                                             |
| 9      | I     | - 4     | 2       | 1,0     | 2,5     | 280         | 20                                                             |
| 0      | II    | 5       | 1       | 1,5     | 1,0     | 300         | 22                                                             |
|        | в     | а       | б       | в       | г       | д           | е                                                              |

## Методические указания

1. Изобразить в масштабе расчетную схему балки, построить эпюры поперечной силы (в долях  $P$ ) и изгибающего момента (в долях  $q/l$ ). См. методические указания в задаче 4.

2. Вычертить поперечное сечение балки в масштабе. В сечении показать главные центральные оси и внутренние силовые факторы  $Q_y$  и  $M_x$ , соответствующие опасному сечению балки. Определить момент инерции сечения относительно его нейтральной оси.

3. Из условия прочности по наибольшим нормальным напряжениям определить допускаемое значение параметра нагрузки  $P$ .

4. Из условия прочности по наибольшим касательным напряжениям  $\max \tau \leq [\tau]$  определить допускаемое значение параметра нагрузки  $P$ . Максимальные касательные напряжения определить по формуле Журавского.

5. Проверить прочность балки по максимальным эквивалентным напряжениям, возникающим в точках перехода от малой ширины сечения к большой, по одной из теорий прочности, например по третьей согласно условию  $\sigma_{\text{эке}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$ . Для этого выделить в окрестности предполагаемой точки элементарный параллелепипед и показать на его гранях нормальные  $\sigma$  и касательные  $\tau$  напряжения, действующие в рассматриваемой точке поперечного сечения балки и через них определить эквивалентное напряжение.

## ЗАДАЧА 11

Пространственный консольный стержень с ломаным очертанием осевой линии нагружен сосредоточенным моментом  $M$ , сосредоточенной силой  $P$  или равномерно распределенной нагрузкой  $q$ . Вертикальные элементы стержня имеют круглое поперечное сечение диаметром  $d$ , горизонтальные элементы – прямоугольное сечение ( $b \times c$ ). Ширина сечения  $b$ , а высота сечения  $c$ .

Для одной из пространственных рам, изображенных на рис. 23, требуется подобрать диаметр стержня и размеры ( $b$  и  $c$ ) прямоугольного сечения используя третью теорию прочности.

Принять:  $[\sigma] = 160$  МПа, остальные исходные данные взять из таблицы 23.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях стержня в общем случае нагружения?

2. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением?

3. Какие точки круглого поперечного сечения являются опасными при изгибе с кручением? Какое напряженное состояние имеет место в этих точках?

4. Как находится величина приведенного момента ( по различным теориям прочности) при изгибе с кручением стержня круглого сечения?

5. Какие точки могут быть опасными в стержне с прямоугольным сечением, если стержень нагружен изгибающим и крутящим моментом?

6. Как записываются формулы для определения эквивалентного напряжения в случае напряженного состояния в точке, характерного для стержня?

7. Почему при расчете на прочность сложное напряженное состояние в точке заменяется эквивалентным?

8. Почему за эквивалентное напряженное состояние принимается напряженное состояние одноосного растяжения?

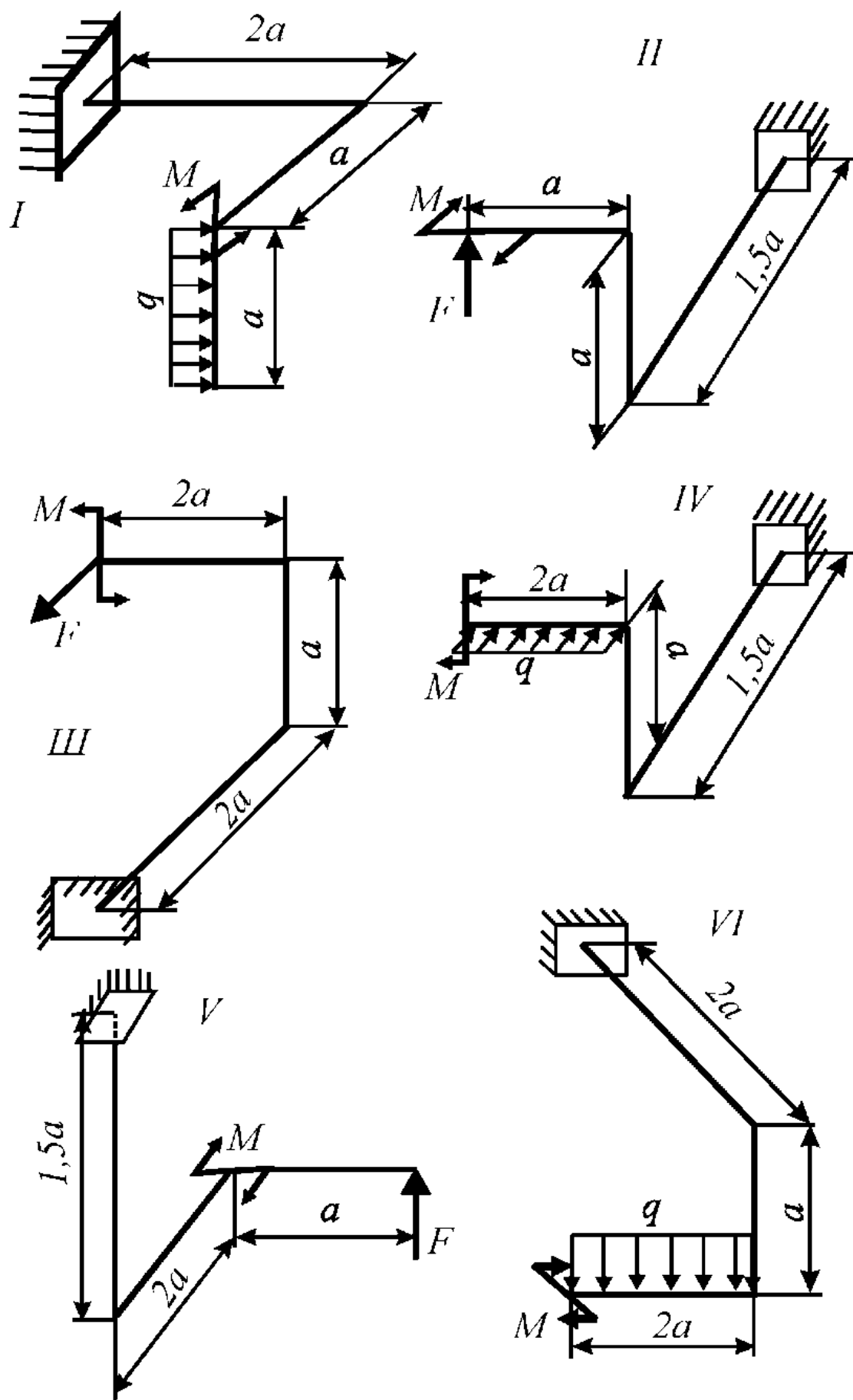


Рис.11

Таблица 11

| Номер  |       | a, м | b / c | F, кН | q, кН/м | M, кН·м |
|--------|-------|------|-------|-------|---------|---------|
| строки | схемы |      |       |       |         |         |
| 1      | 1     | 0,5  | 1,25  | 20    | 15      | 10      |
| 2      | 2     | 0,6  | 1,75  | 30    | 20      | 15      |
| 3      | 3     | 0,8  | 2     | 40    | 25      | 20      |
| 4      | 4     | 1,0  | 2,5   | 30    | 30      | 15      |
| 5      | 5     | 1,2  | 1,5   | 20    | 35      | 25      |
| 6      | 6     | 0,5  | 1     | 15    | 40      | 15      |
| 7      | 3     | 0,6  | 1,5   | 20    | 10      | 10      |
| 8      | 4     | 0,8  | 2     | 25    | 15      | 25      |
| 9      | 5     | 1,0  | 3     | 30    | 20      | 30      |
| 0      | 6     | 1,2  | 2,5   | 15    | 25      | 20      |
|        | в     | б    | а     | а     | е       | д       |

### Методические указания

1. Изобразить расчетную схему пространственной рамы и построить эпюры продольной и поперечных сил, изгибающих и крутящего моментов.

2. Определить опасное сечение в заданной раме, изобразить его и показать действующие в нем внутренние силовые факторы.

3. Указать предполагаемые опасные точки прямоугольного поперечного сечения (под подозрение берутся точки в которых действуют: наибольшие нормальные, наибольшие касательные напряжения или совместное действие того и другого) и определить в них нормальные и касательные напряжения.

4. Изобразить бесконечно малый элемент в окрестности рассматриваемой точки и на его гранях показать найденные напряжения. Определить значение эквивалентного напряжения  $\sigma_{ЭКВ}$  в каждой рассматриваемой точке, используя одну из гипотез пластичности.

5. Выбрать максимальное значение  $\sigma_{ЭКВ}$  и указать соответствующую опасную точку.

6. Записать условие прочности для опасной точки и определить искомые величины.

7. Для участка рамы с круглым поперечным сечением вычислить приведенный момент по третьей теории прочности. Наибольший из найденных приведенный момент подставить в условие прочности.

## ЗАДАЧА 12

Для стойки двутаврового поперечного сечения (ГОСТ 8239-89), одинаково закрепленной в обеих плоскостях потери устойчивости и центрально сжатой силой  $F$  по заданной схеме (рис.12,а ), требуется:

1. Определить грузоподъемность  $F$  , указать положительные и отрицательные стороны конструкции колонны из двутавра.

2. Для найденной грузоподъемности  $F$  в целях лучшего использования материала заменить двутавр более рациональным сечением из двух двутавров или двух швеллеров, соединенных планками на сварке (рис.12,б). Подобрать для нового варианта сечение, сравнить его по площади с первоначальным и вычертить в масштабе с указанием числовых размеров. . Материал стержня (стойки) Ст.5. Расчетное сопротивление материала  $R = 190$  МПа. Остальные данные взять из табл.12 и приложения 2.

### *Контрольные вопросы*

1. Какое явление деформируемых систем называют потерей устойчивости?

2. Что называется критической силой сжатого стержня, как она определяется?

3. Как определяется критическое напряжение сжатого стержня?

4. Что называется гибкостью стержня, от какой геометрической характеристики поперечного сечения она зависит?

5. Какой вид имеет графическая зависимость критического напряжения от гибкости стержня, каковы пределы применимости формул Эйлера и Ясинского?

6. Как записывается условие устойчивости сжатого стержня с использованием коэффициента снижения основного допускаемого напряжения?

7. Как решается задача по определению размеров поперечного сечения стержня из расчета на устойчивость с использованием коэффициента снижения основного допускаемого напряжения?

8. Как определяется коэффициент запаса устойчивости сжатого стержня?

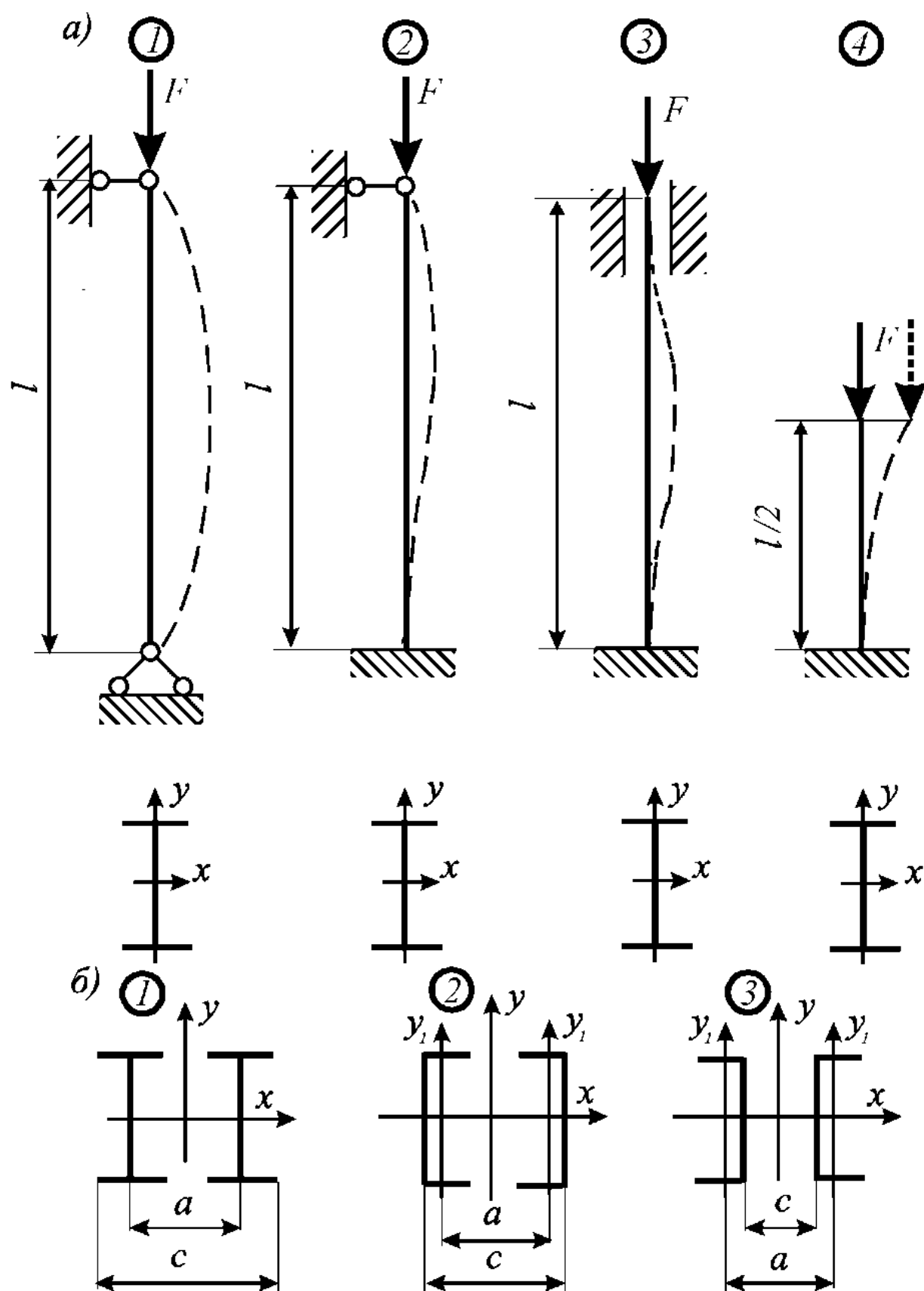


Рис.12



Таблица12

| Номер строки | Расчетная схема стойки (см. рис.12,а) | $l$ , м | Номер двутавра по ГОСТ 8239–89 | Схема для подбора нового варианта сечения (см рис.12,б) |
|--------------|---------------------------------------|---------|--------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1            | 1                                     | 2,6     | 27а                            | 1                                                       |
| 2            | 2                                     | 2,8     | 30а                            | 2                                                       |
| 3            | 3                                     | 3,0     | 33                             | 3                                                       |
| 4            | 4                                     | 3,2     | 36                             | 2                                                       |
| 5            | 1                                     | 3,4     | 40                             | 1                                                       |
| 6            | 2                                     | 3,6     | 45                             | 2                                                       |
| 7            | 3                                     | 3,8     | 27                             | 3                                                       |
| 8            | 4                                     | 4,0     | 30                             | 1                                                       |
| 9            | 1                                     | 4,2     | 50                             | 2                                                       |
| 0            | 2                                     | 4,4     | 55                             | 3                                                       |
|              | е                                     | б       | г                              | д                                                       |

### Методические указания

I. 1.Изобразить расчетную схему стержня в плоскости листа, показав опорные закрепления его концов в плоскости  $zOx$ , проходящих через главные оси его сечения (закрепление концов стойки в обеих плоскостях одинаково).

2.Вычертить поперечное сечение стойки в масштабе и выписать из таблицы «Сортамент прокатной стали» главные центральные моменты инерции  $I_x$  и  $I_y$  и его радиусы инерции сечения  $i_x$  и  $i_y$ .

3.Вычислить гибкость стержня  $\lambda_y$  (в плоскости  $zOx$ ) с учетом условий закрепления его концов (значения коэффициента приведения

длины стержня  $\mu_x$ ) 
$$\lambda_y = \frac{\mu_x l}{i_y}.$$

4.Для вычисленной гибкости стержня  $\lambda_y$  по таблице (приложение ) коэффициентов снижения основного расчетного сопротивления определить значение коэффициента  $\varphi$  (при необходимости использовать линейную интерполяцию).

5.Из расчета стержня на устойчивость определить допустимое значение сжимающей силы  $F \quad \frac{F}{\varphi A} \leq R$ .

II. 6.При подборе поперечного сечения, для найденной грузоподъемности  $F$ , вначале необходимо задаться каким-либо

значением  $\varphi$  (например, полагают  $\varphi = 0,5$ ) и из выше приведенного неравенства определить площадь поперечного сечения стойки  $A_{\Sigma}$ .

7. По сортаменту двутавров или швеллеров найти номер одного двутавра или одного швеллера (схема б, рис.), площадь которого близка к полученной  $A_i = A_{\Sigma} / 2$ .

8. Определить момент инерции составного сечения  $I_y$ , радиус инерции сечения  $i_y$  и гибкость стержня  $\lambda_y$ . Для полученной гибкости по табл. определить уточненное значение  $\varphi$  и вычислить расчетное нормальное напряжение  $\sigma_{расч} = \frac{F}{\varphi A}$ .

9. Сравнить расчетное нормальное напряжение с расчетным сопротивлением стали  $R$ . Если оно отличается на величину, большую допустимой нормами погрешности, то определяется уточненное значение площади поперечного сечения. Процесс последовательных приближений продолжать до тех пор, пока разница между напряжением  $\sigma_{расч}$  и расчетным сопротивлением  $R$  не окажется меньше, как правило, 2...3%.

10. Расстояние между двутаврами и швеллерами (см. рис. ,б) необходимо определять из условия  $I_y = (1,1 \dots 1,2) I_x$ , где  $I_x$  – момент инерции составного сечения относительно оси  $x$ ;  $I_y$  – момент инерции составного сечения относительно оси  $y$ .

### ЗАДАЧА 13

На стальную балку прямоугольного поперечного сечения  $b \times h$ , свободно лежащую на двух шарнирных опорах (рис.13), с высоты  $H$  падает груз массой  $m$ . Принять:  $l = 1$  м, характеристики материала  $\sigma_T = 450$  МПа и  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа. Остальные данные взять из таблицы 13.

Требуется:

1. определить коэффициент динамичности, максимальные динамические напряжения в балке и рассчитать коэффициент запаса прочности;
2. рассчитать динамический прогиб в точке А балки;
3. выполнить п.1 и п.2 задачи при замене правой опоры пружиной жесткостью  $C$  и сравнить результаты расчетов.

*Контрольные вопросы.*

1. В чем состоят основные допущения технической теории удара?

2. Какой удар называется упругим?
3. Как изменяются динамические напряжения в балке при увеличении массы падающего груза?
4. Зависят ли от материала балки динамические напряжения при ударе?
5. Как изменится величина статических напряжений в балке, если сделать её опоры податливыми?
6. Как изменится коэффициент динамичности при уменьшении высоты падения груза?
7. Чему равен коэффициент динамичности при внезапном приложении вертикальной нагрузки?
8. Что называется жесткостью пружины?

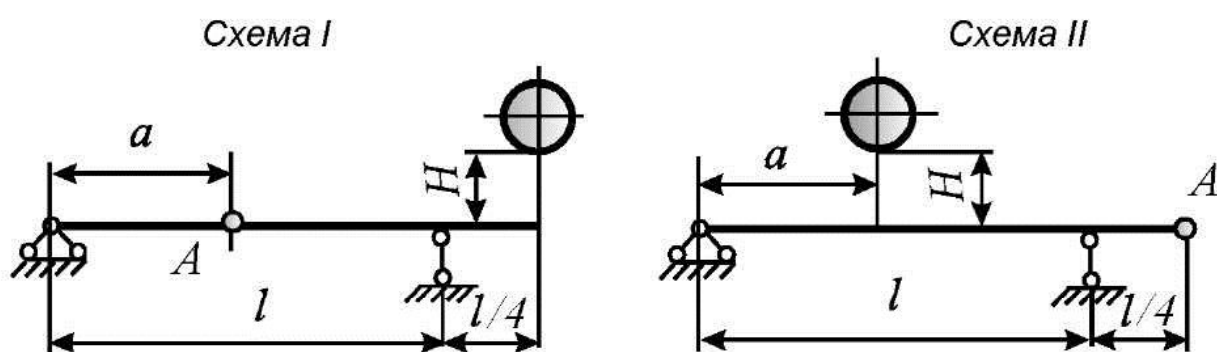


Рис.13

Таблица 13

| Номер строки | $a/l$ | $m, кг$ | Номер схемы | $b, мм$ | $h, мм$ | $H, мм$ | $C, кН/м$ |
|--------------|-------|---------|-------------|---------|---------|---------|-----------|
| 1            | 1 / 4 | 8       | I           | 12      | 6       | 10      | 20        |
| 2            | 3 / 4 | 10      | II          | 20      | 8       | 18      | 25        |
| 3            | 1 / 3 | 12      | I           | 25      | 10      | 12      | 25        |
| 4            | 2 / 3 | 14      | II          | 30      | 12      | 15      | 30        |
| 5            | 1 / 2 | 15      | I           | 20      | 10      | 14      | 30        |
| 6            | 1 / 2 | 20      | II          | 25      | 8       | 12      | 20        |
| 7            | 1 / 3 | 16      | I           | 30      | 6       | 18      | 40        |
| 8            | 3 / 4 | 18      | II          | 40      | 12      | 10      | 25        |
| 9            | 1 / 4 | 15      | I           | 30      | 10      | 18      | 35        |
| 0            | 2 / 3 | 10      | II          | 35      | 8       | 15      | 40        |
|              | $a$   | $b$     | $c$         | $d$     | $e$     | $f$     | $g$       |

## Методические указания

1. а) Приложить к балке в точке падения груза сосредоточенную единичную силу, определить реакции опор и построить единичную эпюру изгибающих моментов  $M_1 - \mathcal{E}M_1$ ;

б) Найти податливость балки в точке удара  $\delta_{11} = \mathcal{E}M_1 \times \mathcal{E}M_1$ ;

в) Рассчитать статический прогиб в точке удара  $\Delta_1 = (mg) \cdot \delta_{11}$ , максимальный грузовой изгибающий момент  $M_{\max} = M_{1\max} \cdot (mg)$  и максимальные статические напряжения в балке  $\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x$ ;

г) Рассчитать коэффициент динамичности  $1 = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta_1}}$ ,

максимальные динамические напряжения  $\sigma_{\max д} = \sigma_{\max} \cdot 1$  и коэффициент запаса прочности  $k = \sigma_T / \sigma_{\max}$ .

2. а) Приложить в точку А искомого перемещения единичную сосредоточенную силу, рассчитать реакции опор и построить единичную эпюру изгибающих моментов  $M_2 - \mathcal{E}M_2$ ;

б) Произведением единичных эпюр определить податливость  $\delta_{21} = \mathcal{E}M_1 \times \mathcal{E}M_2$  и рассчитать статический прогиб в точке А  $\Delta_2 = \delta_{21} \cdot (mg)$ ;

в) Рассчитать динамический прогиб в точке А  $\Delta_{2д} = \Delta_2 \cdot 1$ .

3. а) Заменить правую опору балки пружиной и найти для этой опоры реакцию  $R_B = Y(mg)$  от статического действия силы веса груза и податливость опоры  $\lambda = R_B / C$ . Здесь  $C$  – жесткость пружины.

б) Определить перемещение в точке удара  $\Delta_1(\lambda)$  и в точке А  $\Delta_2(\lambda)$  за счет податливости пружины  $\Delta_1(\lambda) = \lambda \cdot l_1 / l$ ;  $\Delta_2(\lambda) = \lambda \cdot l_2 / l$ , где  $l_1$  и  $l_2$  – соответственно, расстояние от левой опоры до точки удара и до точки А.

в) Определить суммарные перемещения от податливости балки и пружины в точке удара  $\Delta_{1\Sigma} = \Delta_1 + \Delta_1(\lambda)$  и в точке А

$$\Delta_{2\Sigma} = \Delta_2 + \Delta_2(\lambda).$$

г) Рассчитать коэффициент динамичности  $1_\Sigma$ , максимальные динамические напряжения  $\sigma_{\max д}$ , коэффициент запаса прочности  $k_\Sigma$  и динамический прогиб в точке А  $\Delta_{А д}$ .

Полученные результаты сравнить с результатами расчетов в п.1 и п.2.

Таблица 14

## Механические характеристики материалов

| Хрупкие материалы        |        |                       |                       |                           |                           |       |
|--------------------------|--------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|-------|
| Материалы                | Марка  | $\sigma_{BP},$<br>МПа | $\sigma_{BC},$<br>МПа | $E \cdot 10^{-5},$<br>МПа | $\mu$                     |       |
| Чугун                    | СЧ12   | 120                   | 500                   | 1,2                       | 0,25                      |       |
|                          | СЧ15   | 150                   | 600                   |                           |                           |       |
|                          | СЧ18   | 180                   | 670                   |                           |                           |       |
|                          | СЧ24   | 240                   | 800                   |                           |                           |       |
|                          | СЧ35   | 350                   | 900                   |                           |                           |       |
| Пластичные материалы     |        |                       |                       |                           |                           |       |
| Материал                 | Марка  | $\sigma_T,$<br>МПа    | $\sigma_B,$<br>МПа    | $\tau_T,$<br>Мпа          | $E \cdot 10^{-5},$<br>МПа | $\mu$ |
| Сталь<br>углеродистая    | Ст.3   | 230                   | 380...470             | 160                       | 2,0                       | 0,28  |
|                          | Ст.4   | 240                   | 430...550             | 170                       |                           |       |
|                          | Ст.5   | 280                   | 520...650             | 190                       |                           |       |
|                          | 20     | 220                   | 440...500             | 160                       |                           |       |
|                          | 40     | 320                   | 650                   | 220                       |                           |       |
|                          | 45     | 320                   | 600...750             | 230                       |                           |       |
| Сталь<br>легированная    | 20ХН   | 600                   | 800                   | 350                       | 2,1                       | 0,30  |
|                          | 40Х    | 800                   | 1000                  | 440                       |                           |       |
|                          | 40ХН   | 750                   | 900                   | 390                       |                           |       |
|                          | 12ХН3А | 700                   | 950                   | 400                       |                           |       |
| Алюминиевые<br>сплавы    | АЛ4    | 200                   | 260                   | 120                       | 0,72                      | 0,30  |
|                          | АК4    | 310                   | 400                   | 180                       |                           |       |
|                          | Д16    | 330                   | 470                   | 200                       |                           |       |
| Титановый<br>сплав       | BT3    | 960                   | 1100                  | 500                       | 1,2                       | 0,26  |
| Медный сплав<br>(латунь) | Л68    | 330                   | 450                   | 200                       | 1,2                       | 0,36  |
| Магниевый<br>сплав       | МА5    | 220                   | 300                   | 160                       | 0,72                      | 0,27  |

Таблица 15

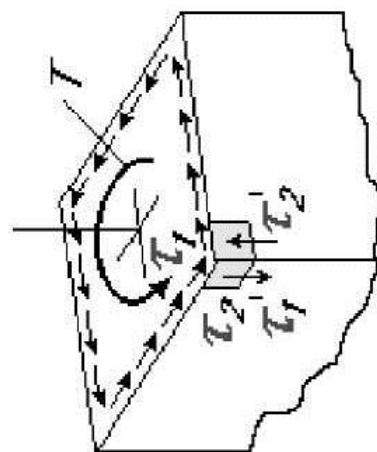
## Нормальные линейные размеры

ГОСТ (6636–69)

| Ряды |       |       |       | Ряды |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| Ra 5 | Ra 10 | Ra 20 | Ra 40 | Ra 5 | Ra 10 | Ra 20 | Ra 40 |
| 1,0  | 1,0   | 1,0   | 1,0   | 3,2  | 3,2   | 3,2   | 3,2   |
|      |       |       | 1,05  |      |       |       | 3,4   |
|      |       | 1,1   | 1,1   |      |       | 3,6   | 3,6   |
|      |       |       | 1,15  |      |       |       | 3,8   |
|      | 1,2   | 1,2   | 1,2   | 4,0  | 4,0   | 4,0   | 4,0   |
|      |       |       | 1,3   |      |       |       | 4,2   |
|      |       | 1,4   | 1,4   |      |       | 4,5   | 4,5   |
|      |       |       | 1,5   |      |       |       | 4,8   |
| 1,6  | 1,6   | 1,6   | 1,6   |      | 5,0   | 5,0   | 5,0   |
|      |       |       | 1,7   |      |       |       | 5,3   |
|      |       | 1,8   | 1,8   |      |       | 5,6   | 5,6   |
|      |       |       | 1,9   |      |       |       | 6,0   |
|      | 2,0   | 2,0   | 2,0   | 6,3  | 6,3   | 6,3   | 6,3   |
|      |       |       | 2,1   |      |       |       | 6,7   |
|      |       | 2,2   | 2,2   |      |       | 7,1   | 7,1   |
|      |       |       | 2,4   |      |       |       | 7,5   |
| 2,5  | 2,5   | 2,5   | 2,5   |      | 8,0   | 8,0   | 8,0   |
|      |       |       | 2,6   |      |       |       | 8,5   |
|      |       |       | 2,8   |      |       | 9,0   | 9,0   |
|      |       |       | 3,0   |      |       |       | 9,5   |
|      |       |       |       | 10   | 10    | 10    | 10    |

Примечание. Цифры в других десятичных интервалах получают умножением или делением приведенных величин на 10, 100, 1000 и т.д.

# КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ



Касательные напряжения вблизи внешнего угла в поперечном сечении отсутствуют.

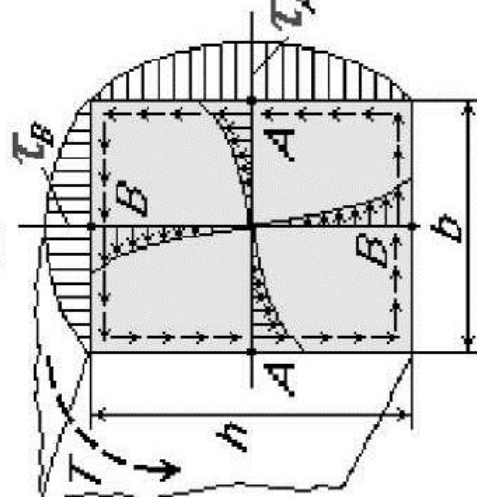
Касательные напряжения вблизи контура направлены по касательной к контуру.

$$\tau_1 = \tau_1' = 0; \quad \tau_2 = \tau_2' = 0;$$

$$\tau_A = \tau_{max} = \frac{T}{\alpha h b^2}; \quad \tau_B = \eta \tau_{max}; \quad \theta = \frac{T}{G \beta h b^3}.$$

$$\varphi = \frac{T l}{G \beta h b^3} \quad h - \text{большая, } b - \text{малая стороны прямоугольника.}$$

Коэффициенты  $\alpha, \beta$  и  $\eta$  зависят от отношения сторон  $h/b$  и числовые значения приведены в таблице.



$$W_k = \alpha h b^2 - \text{геометрический фактор прочности;} \\ I_k = \beta h b^3 - \text{геометрический фактор жесткости.}$$

| $h/b$    | 1.00  | 1.20  | 1.25  | 1.50  | 1.75  | 2.00  | 2.50  | 3.00  | 4.00  | 5.00  | 10    | $\infty$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $\alpha$ | 0.208 | 0.219 | 0.221 | 0.231 | 0.239 | 0.246 | 0.258 | 0.267 | 0.282 | 0.291 | 0.313 | 0.333    |
| $\beta$  | 0.141 | 0.166 | 0.172 | 0.196 | 0.214 | 0.229 | 0.249 | 0.263 | 0.281 | 0.291 | 0.313 | 0.333    |
| $\eta$   | 1.000 | 0.930 | 0.910 | 0.859 | 0.820 | 0.795 | 0.766 | 0.753 | 0.745 | 0.742 | 0.742 | 0.742    |

## Коэффициент продольного изгиба

| Гибкость,<br>$\lambda$ | Значение $\varphi$ для    |            |           |        |        |
|------------------------|---------------------------|------------|-----------|--------|--------|
|                        | стали Ст.4,<br>Ст.3, Ст.2 | стали Ст.5 | стали СПК | чугуна | дерева |
| 0                      | 1,00                      | 1,00       | 1,00      | 1,00   | 1,00   |
| 10                     | 0,99                      | 0,98       | 0,97      | 0,97   | 0,99   |
| 20                     | 0,96                      | 0,95       | 0,95      | 0,91   | 0,97   |
| 30                     | 0,94                      | 0,92       | 0,91      | 0,81   | 0,93   |
| 40                     | 0,92                      | 0,89       | 0,87      | 0,69   | 0,87   |
| 50                     | 0,89                      | 0,86       | 0,83      | 0,57   | 0,80   |
| 60                     | 0,86                      | 0,82       | 0,79      | 0,44   | 0,71   |
| 70                     | 0,81                      | 0,76       | 0,72      | 0,34   | 0,60   |
| 80                     | 0,75                      | 0,70       | 0,65      | 0,26   | 0,48   |
| 90                     | 0,69                      | 0,62       | 0,55      | 0,20   | 0,38   |
| 100                    | 0,60                      | 0,51       | 0,43      | 0,16   | 0,31   |
| 110                    | 0,52                      | 0,43       | 0,35      | —      | 0,25   |
| 120                    | 0,45                      | 0,36       | 0,30      | —      | 0,22   |
| 130                    | 0,40                      | 0,33       | 0,26      | —      | 0,18   |
| 140                    | 0,36                      | 0,29       | 0,23      | —      | 0,16   |
| 150                    | 0,32                      | 0,26       | 0,21      | —      | 0,14   |
| 160                    | 0,29                      | 0,24       | 0,19      | —      | 0,12   |
| 170                    | 0,26                      | 0,21       | 0,17      | —      | 0,11   |
| 180                    | 0,23                      | 0,19       | 0,15      | —      | 0,10   |
| 190                    | 0,21                      | 0,17       | 0,14      | —      | 0,09   |
| 200                    | 0,19                      | 0,16       | 0,13      | —      | 0,08   |



## ВОПРОСЫ ПО КУРСУ “СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ” ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

### Часть 1

1. Проблемы прочности в технике. Механика деформируемого твердого тела, ее характерные особенности, связь с другими дисциплинами.
2. Понятие о расчетной схеме. Объекты расчета. Внешние нагрузки и их классификация по способу приложения и по характеру действия. Опорные устройства плоского типа. Основные гипотезы и допущения (однородность, сплошность, изотропность, упругость и пластичность материала).
3. Внутренние силы. Метод сечений. Внутренние силовые факторы. Виды нагружений стержня.
4. Дифференциальные зависимости, связывающие ВСФ с внешней нагрузкой для прямого стержня (при растяжении, кручении, изгибе). Построение эпюр ВСФ.
5. Понятие о напряжении и напряженном состоянии. Связь между напряжениями и ВСФ. Понятие о перемещениях, деформациях и деформированном состоянии.
6. Пропорциональность между нагрузкой и перемещением, напряжением и деформацией (Закон Гука). Принцип начальных размеров. Принцип независимости действия сил (суперпозиции).
7. Растяжение (сжатие). Определение напряжений и деформаций. Принцип Сен-Венана. Закон Гука. Напряжения в наклонных сечениях. Теорема парности касательных напряжений.
8. Механические характеристики материала. Испытания на растяжение и сжатие. Диаграммы условных напряжений. Твердость.
9. Условия прочности при растяжении и сжатии. Коэффициент запаса. Допускаемое напряжение. Три типа постановки задачи расчета на прочность.
10. Геометрические характеристики плоских фигур.
11. Изгиб. Классификация видов изгиба. Нормальные напряжения при изгибе. Связь между изгибающим моментом и кривизной (или радиусом кривизны). Особенности поперечного изгиба (формула Журавского для определения касательных напряжений).
12. Расчеты на прочность при изгибе. Рациональные формы поперечных сечений балок.
13. Косой изгиб. Изгиб с растяжением или сжатием. Определение положения опасных точек и наибольших напряжений.

14. Перемещения при изгибе (линейные и угловые). Дифференциальное уравнение упругой линии, его интегрирование для простейших случаев нагружения балок.

15. Сдвиг. Кручение тонкостенной трубки. Напряжения в поперечных и наклонных сечениях. Закон Гука при сдвиге.

16. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения. Определение напряжений и деформаций. Расчеты на прочность и на жесткость при кручении.

17. Особенности кручения стержней некруглого профиля (прямоугольного, тонкостенного открытого и закрытого профиля). Мембранная аналогия. Понятие о стесненном кручении.

18. Особенности изгиба стержней тонкостенного профиля. Центр изгиба.

19. Условные расчеты на прочность простейших соединений элементов конструкций (заклепки, шпонки, пальцы и т.д.).

20. Потенциальная энергия упругой деформации системы при растяжении (сжатии), изгибе, кручении и сложном нагружении.

21. Энергетический метод определения перемещений. Интеграл О.Мора. Методы вычисления интеграла О.Мора для прямых участков (формула Симпсона, способ Верещагина). Определение температурных перемещений.

## Часть 2

1. Основы теории напряженного состояния. Компоненты напряженного состояния. Тензор напряжений. Правило знаков.

2. Напряжения в наклонных площадках, параллельных нормальному напряжению, действующему в площадке, где нет касательных напряжений. Понятие о главных площадках, главных напряжениях. Виды напряженных состояний.

3. Характеристики напряженного состояния – наибольшие касательные напряжения, октаэдрические касательные напряжения.

4. Круговая диаграмма напряжений О.Мора. Анализ напряженного состояния в элементах стержня при растяжении (сжатии), кручении, изгибе, сложном нагружении.

5. Основы теории деформированного состояния. Компоненты деформаций. Тензор деформаций. Аналогия между формулами напряженного и деформированного состояний. Виды деформированных состояний.

6. Обобщенный закон Гука для упругого изотропного тела.

7. Расчеты на прочность при сложном нагружении. Понятия о предельном напряженном состоянии, коэффициенте запаса, эквивалентном напряжении.

8. Гипотезы пластичности наибольших касательных и октаэдрических касательных напряжений. Эквивалентное напряжение. Условия пластичности.

9. Обобщенная теория прочности О.Мора. Эквивалентное напряжение. Условия пластичности и прочности.

10. Применение гипотез пластичности и прочности к расчету элементов конструкций.

11. Основы расчета элементов конструкций за пределом упругости: способы схематизации диаграммы деформирования материала, основные допущения, особенности расчета. Понятие о нагрузках  $P_t$  и  $P_o$ .

12. Предельное равновесие балок и плоских рам. Кинематический метод определения предельной нагрузки. Условие прочности по предельному равновесию.

13. Устойчивость равновесия деформируемых систем. Формы равновесия. Критическая сила для сжатого стержня. Задача Эйлера.

14. Влияние способов закрепления концов стержня на величину критической силы. Пределы применимости формулы Эйлера. Стержни малой, средней и большой гибкости.

15. Расчет сжатых стержней по коэффициенту снижения основного допускаемого напряжения. Выбор формы сечения и материала для сжатых стержней.

16. Напряжения и деформации при динамических нагрузках. Учет сил инерции. Принцип Даламбера. Примеры.

17. Удар. Основные допущения. Энергетический метод определения коэффициента динамичности. Продольный, изгибающий, скручивающий удар. Способ снижения коэффициента динамичности. Расчет на прочность при ударе.

18. Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени. Усталостное разрушение. Характеристики цикла. Предел выносливости.

19. Диаграмма предельных амплитуд. Факторы, влияющие на усталостную прочность.

20. Коэффициент запаса по усталостной прочности при одноосном напряженном состоянии, при чистом сдвиге, при совместном действии изгиба и кручения.

# УКАЗАНИЯ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЕДИНИЦ МЕЖДУНАРОДНОЙ СИСТЕМЫ СИ В ЗАДАЧАХ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Наиболее часто встречающиеся в сопротивлении материалов единицы Международной системы, установленные Государственным стандартом, приведены в табл.

| Наименование величины                 | Единица измерения          | Сокращенное обозначение единиц измерения |
|---------------------------------------|----------------------------|------------------------------------------|
| <b>Основные единицы</b>               |                            |                                          |
| Длина                                 | Метр                       | м                                        |
| Масса                                 | Килограмм                  | кг                                       |
| Время                                 | Секунда                    | с                                        |
| <b>Дополнительные единицы</b>         |                            |                                          |
| Плоский угол                          | Радан                      | рад                                      |
| <b>Производные единицы</b>            |                            |                                          |
| Частота                               | Герц                       | Гц                                       |
| Угловая скорость<br>(угловая частота) | Радан на секунду           | рад/с                                    |
| Скорость                              | Метр на секунду            | м/с                                      |
| Ускорение                             | Метр на секунду в квадрате | м/с <sup>2</sup>                         |
| Площадь                               | Метр в квадрате            | м <sup>2</sup>                           |
| Статический момент сечения, объём     | Метр в кубе                | м <sup>3</sup>                           |
| Осевой момент инерции площади сечения | Метр в четвёртой степени   | м <sup>4</sup>                           |
| Плотность                             | Килограмм на метр в кубе   | кг/м <sup>3</sup>                        |
| Сила                                  | Ньютон                     | Н                                        |
| Удельный вес                          | Ньютон на метр в кубе      | Н/м <sup>3</sup>                         |
| Напряжение, давление                  | Паскаль                    | Па                                       |

|                             |                           |                     |
|-----------------------------|---------------------------|---------------------|
| Погонная нагрузка           | Ньютон на метр            | Н/м                 |
| Момент силы                 | Ньютон-метр               | Н · м               |
| Работа и энергия            | Джоуль                    | Дж                  |
| Мощность                    | Ватт                      | Вт                  |
| Динамический момент инерции | Килограмм-метр в квадрате | кг · м <sup>2</sup> |

Некоторые основные и производные единицы, имеющие специальные названия (м, с, Гц, Н, Па, Дж, Вт), в окончательных результатах расчетов, можно увеличивать или уменьшать, используя для этого приставки

| Приставка | Сокращенное обозначение | Множитель |
|-----------|-------------------------|-----------|
| Тера      | Т                       | $10^{12}$ |
| Гига      | Г                       | $10^9$    |
| Мега      | М                       | $10^6$    |
| Кило      | к                       | $10^3$    |
| Гекто     | г                       | $10^2$    |
| Дека      | да                      | $10^1$    |

Среди производных единиц с большой буквы пишутся те, которые образованы от фамилий ученых (Гц, Н, Па, и т.д.).

Производные единицы связаны с основными, например:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м} / 1 \text{ с}^2; \quad 1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} / 1 \text{ м}^2;$$

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}; \quad 1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ с}$$

Приведем пример использования указанных выше приставок.  
Модуль упругости для стали

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па} = 2 \cdot 10^9 \text{ гПа} = 2 \cdot 10^8 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ ГПа}$$

# СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239—89)

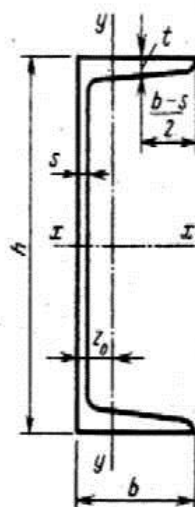


$h$  — высота двутавра;  
 $b$  — ширина полки;  
 $s$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $A$  — площадь поперечного сечения;

$J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции.

| Номер двутавра | Масса 1 м, кг | Размеры, мм |     |     |      | $A$ , см <sup>2</sup> | $J_x$ , см <sup>4</sup> | $W_x$ , см <sup>3</sup> | $i_x$ , см | $S_x$ , см <sup>3</sup> | $J_y$ , см <sup>4</sup> | $W_y$ , см <sup>3</sup> | $i_y$ , см |
|----------------|---------------|-------------|-----|-----|------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|
|                |               | $h$         | $b$ | $s$ | $t$  |                       |                         |                         |            |                         |                         |                         |            |
| 1              | 2             | 3           | 4   | 5   | 6    | 7                     | 8                       | 9                       | 10         | 11                      | 12                      | 13                      | 14         |
| 10             | 9,46          | 100         | 55  | 4,5 | 7,2  | 12                    | 198                     | 39,7                    | 4,06       | 23                      | 17,9                    | 6,49                    | 1,22       |
| 12             | 11,5          | 120         | 64  | 4,8 | 7,3  | 14,7                  | 350                     | 58,4                    | 4,88       | 33,7                    | 27,9                    | 8,72                    | 1,38       |
| 14             | 13,7          | 140         | 73  | 4,9 | 7,5  | 17,4                  | 572                     | 81,7                    | 5,73       | 46,8                    | 41,9                    | 11,5                    | 1,55       |
| 16             | 15,9          | 160         | 81  | 5   | 7,8  | 20,2                  | 873                     | 109                     | 6,57       | 62,3                    | 58,6                    | 14,5                    | 1,7        |
| 18             | 18,4          | 180         | 90  | 5,1 | 8,1  | 23,4                  | 1290                    | 143                     | 7,42       | 81,4                    | 82,6                    | 18,4                    | 1,88       |
| 20             | 21            | 200         | 100 | 5,2 | 8,4  | 26,8                  | 1840                    | 184                     | 8,28       | 104                     | 115                     | 23,1                    | 2,07       |
| 22             | 24            | 220         | 110 | 5,4 | 8,7  | 30,6                  | 2550                    | 232                     | 9,13       | 131                     | 157                     | 28,6                    | 2,27       |
| 24             | 27,3          | 240         | 115 | 5,6 | 9,5  | 34,8                  | 3460                    | 289                     | 9,97       | 163                     | 198                     | 34,5                    | 2,37       |
| 27             | 31,5          | 270         | 125 | 6   | 9,8  | 40,2                  | 5010                    | 371                     | 11,2       | 210                     | 260                     | 41,5                    | 2,54       |
| 30             | 36,5          | 300         | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5                  | 7080                    | 472                     | 12,3       | 268                     | 337                     | 49,9                    | 2,69       |
| 33             | 42,2          | 330         | 140 | 7   | 11,2 | 53,8                  | 9840                    | 597                     | 13,5       | 339                     | 419                     | 59,9                    | 2,79       |
| 36             | 48,6          | 360         | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9                  | 13380                   | 743                     | 14,7       | 423                     | 516                     | 71,1                    | 2,89       |
| 40             | 57            | 400         | 155 | 8,3 | 13   | 72,6                  | 19062                   | 953                     | 16,2       | 545                     | 667                     | 86,1                    | 3,03       |
| 45             | 66,5          | 450         | 160 | 9   | 14,2 | 84,7                  | 27696                   | 1231                    | 18,1       | 708                     | 808                     | 101                     | 3,09       |
| 50             | 78,5          | 500         | 170 | 10  | 15,2 | 100                   | 39727                   | 1589                    | 19,9       | 919                     | 1043                    | 123                     | 3,23       |
| 55             | 92,6          | 550         | 180 | 11  | 16,5 | 118                   | 55962                   | 2035                    | 21,8       | 1181                    | 1356                    | 151                     | 3,39       |
| 60             | 108           | 600         | 190 | 12  | 17,8 | 138                   | 76806                   | 2560                    | 23,6       | 1491                    | 1725                    | 182                     | 3,54       |

# Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240—89)



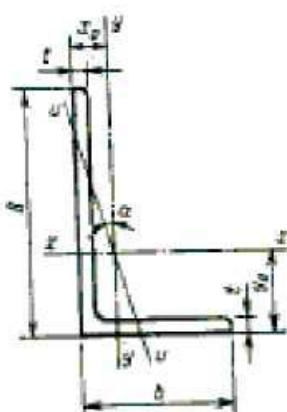
$h$  — высота швеллера;  
 $b$  — ширина полки;  
 $s$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $A$  — площадь поперечного сечения;  
 $J$  — момент инерции;

$W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции;  
 $z_0$  — расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки.

| Номер швеллера | Масса 1 м, кг | Размеры, мм |     |     |      | $A$ , см <sup>2</sup> | $J_x$ , см <sup>4</sup> | $W_x$ , см <sup>3</sup> | $i_x$ , см | $S_x$ , см <sup>3</sup> | $J_y$ , см <sup>4</sup> | $W_y$ , см <sup>3</sup> | $i_y$ , см | $z_0$ , см |
|----------------|---------------|-------------|-----|-----|------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|------------|
|                |               | $h$         | $b$ | $s$ | $t$  |                       |                         |                         |            |                         |                         |                         |            |            |
| 1              | 2             | 3           | 4   | 5   | 6    | 7                     | 8                       | 9                       | 10         | 11                      | 12                      | 13                      | 14         | 15         |
| 5              | 4,84          | 50          | 32  | 4,4 | 7    | 6,16                  | 22,8                    | 9,1                     | 1,92       | 5,59                    | 5,61                    | 2,75                    | 0,95       | 1,16       |
| 6,5            | 5,9           | 65          | 36  | 4,4 | 7,2  | 7,51                  | 48,6                    | 15                      | 2,54       | 9                       | 8,7                     | 3,68                    | 1,08       | 1,24       |
| 8              | 7,05          | 80          | 40  | 4,5 | 7,4  | 8,98                  | 89,4                    | 22,4                    | 3,16       | 13,3                    | 12,8                    | 4,75                    | 1,19       | 1,31       |
| 10             | 8,59          | 100         | 46  | 4,5 | 7,6  | 10,9                  | 174                     | 34,8                    | 3,99       | 20,4                    | 20,4                    | 6,46                    | 1,37       | 1,44       |
| 12             | 10,4          | 120         | 52  | 4,8 | 7,8  | 13,3                  | 304                     | 50,6                    | 4,78       | 29,6                    | 31,2                    | 8,52                    | 1,53       | 1,54       |
| 14             | 12,3          | 140         | 58  | 4,9 | 8,1  | 15,6                  | 491                     | 70,2                    | 5,6        | 40,8                    | 45,4                    | 11                      | 1,7        | 1,67       |
| 16             | 14,2          | 160         | 64  | 5   | 8,4  | 18,1                  | 747                     | 93,4                    | 6,42       | 54,1                    | 63,3                    | 13,8                    | 1,87       | 1,8        |
| 16а            | 15,3          | 160         | 68  | 5   | 9    | 19,5                  | 823                     | 103                     | 6,49       | 59,4                    | 78,8                    | 16,4                    | 2,01       | 2          |
| 18             | 16,3          | 180         | 70  | 5,1 | 8,7  | 20,7                  | 1090                    | 121                     | 7,24       | 69,8                    | 86                      | 17                      | 2,04       | 1,94       |
| 18а            | 17,4          | 180         | 74  | 5,1 | 9,3  | 22,2                  | 1190                    | 132                     | 7,32       | 76,1                    | 105                     | 20                      | 2,18       | 2,13       |
| 20             | 18,4          | 200         | 76  | 5,2 | 9    | 23,4                  | 1520                    | 152                     | 8,07       | 87,8                    | 113                     | 20,5                    | 2,2        | 2,07       |
| 22             | 21            | 220         | 82  | 5,4 | 9,5  | 26,7                  | 2110                    | 192                     | 8,89       | 110                     | 151                     | 25,1                    | 2,37       | 2,21       |
| 24             | 24            | 240         | 90  | 5,6 | 10   | 30,6                  | 2900                    | 242                     | 9,73       | 139                     | 208                     | 31,6                    | 2,6        | 2,42       |
| 27             | 27,7          | 270         | 95  | 6   | 10,5 | 35,2                  | 4160                    | 308                     | 10,9       | 178                     | 262                     | 37,3                    | 2,73       | 2,47       |
| 30             | 31,8          | 300         | 100 | 6,5 | 11   | 40,5                  | 5810                    | 387                     | 12         | 224                     | 327                     | 43,6                    | 2,84       | 2,52       |
| 33             | 36,5          | 330         | 105 | 7   | 11,7 | 46,5                  | 7980                    | 484                     | 13,1       | 281                     | 410                     | 51,8                    | 2,97       | 2,59       |
| 36             | 41,9          | 360         | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4                  | 10820                   | 601                     | 14,2       | 350                     | 513                     | 61,7                    | 3,1        | 2,68       |
| 40             | 48,3          | 400         | 115 | 8   | 13,5 | 61,5                  | 15220                   | 761                     | 15,7       | 444                     | 642                     | 73,4                    | 3,23       | 2,75       |



Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510—86)



$B$  — ширина большой полки;  
 $b$  — ширина меньшей полки;  
 $t$  — толщина полки;  
 $A$  — площадь поперечного сечения;  
 $J_x$  — момент инерции;  
 $i_x$  — радиус инерции;  
 $\alpha$  — угол наклона главной центральной оси;  
 $J_{xy}$  — центробежный момент инерции;  
 $x_0, y_0$  — расстояние от центра тяжести до наружных граней полок.

| Номер<br>уголка | Масса<br>1 м<br>уголка<br>кг | Размеры, |     |     | $A$ ,<br>см <sup>2</sup> | $J_x$ ,<br>см <sup>4</sup> | $i_x$ ,<br>см | $J_y$ ,<br>см <sup>4</sup> | $i_y$ ,<br>см | $J_{xy}$ по ГОСТ | $i_{xy}$ по ГОСТ | угл   | $J_{xy}$ ,<br>см <sup>4</sup> | $x_0$ ,<br>см | $y_0$ ,<br>см |
|-----------------|------------------------------|----------|-----|-----|--------------------------|----------------------------|---------------|----------------------------|---------------|------------------|------------------|-------|-------------------------------|---------------|---------------|
|                 |                              | $B$      | $b$ | $t$ |                          |                            |               |                            |               |                  |                  |       |                               |               |               |
| 1               | 2                            | 3        | 4   | 5   | 6                        | 7                          | 8             | 9                          | 10            | 11               | 12               | 13    | 14                            | 15            | 16            |
| 5/3,2           | 2,4                          | 50       | 32  | 4   | 3,17                     | 7,98                       | 1,59          | 2,56                       | 0,90          | 1,52             | 0,69             | 0,401 | 2,59                          | 0,76          | 1,65          |
| 7,5/5           | 4,79                         | 75       | 50  | 5   | 6,11                     | 34,8                       | 2,39          | 12,5                       | 1,43          | 7,24             | 1,09             | 0,436 | 12                            | 1,17          | 2,39          |
| 9/5,6           | 6,7                          | 90       | 56  | 6   | 8,54                     | 70,6                       | 2,88          | 21,2                       | 1,58          | 12,7             | 1,22             | 0,384 | 22,5                          | 1,28          | 2,95          |
| 10/6,3          | 7,53                         | 100      | 63  | 6   | 9,58                     | 98,3                       | 3,2           | 30,6                       | 1,79          | 18,2             | 1,38             | 0,393 | 31,5                          | 1,42          | 3,23          |
|                 | 8,7                          |          |     | 7   | 11,1                     | 113                        | 3,19          | 35                         | 1,78          | 20,8             | 1,37             | 0,392 | 36,1                          | 1,46          | 3,28          |
|                 | 9,87                         |          |     | 8   | 12,6                     | 127                        | 3,18          | 39,2                       | 1,77          | 23,4             | 1,36             | 0,391 | 40,5                          | 1,5           | 3,32          |
| 11/7            | 10,9                         | 110      | 70  | 8   | 13,9                     | 172                        | 3,51          | 54,6                       | 1,98          | 32,3             | 1,52             | 0,4   | 55,9                          | 1,64          | 3,61          |
| 12,5/8          | 11                           | 125      | 80  | 7   | 14,1                     | 227                        | 4,01          | 73,7                       | 2,29          | 43,4             | 1,76             | 0,407 | 74,7                          | 1,8           | 4,01          |
|                 | 12,6                         |          |     | 8   | 16                       | 256                        | 4             | 83                         | 2,28          | 48,8             | 1,75             | 0,406 | 84,1                          | 1,84          | 4,05          |
|                 | 15,5                         |          |     | 10  | 19,7                     | 312                        | 3,98          | 100                        | 2,26          | 59,3             | 1,74             | 0,404 | 102                           | 1,92          | 4,14          |
| 14/9            | 14,1                         | 140      | 90  | 8   | 18                       | 364                        | 4,49          | 120                        | 2,58          | 70,3             | 1,98             | 0,411 | 121                           | 2,03          | 4,49          |
|                 | 17,5                         |          |     | 10  | 22,2                     | 444                        | 4,47          | 146                        | 2,56          | 85,5             | 1,96             | 0,409 | 147                           | 2,12          | 4,58          |
| 16/10           | 18                           | 160      | 100 | 9   | 22,9                     | 606                        | 5,15          | 186                        | 2,85          | 110              | 2,2              | 0,391 | 194                           | 2,24          | 5,19          |
|                 | 19,8                         |          |     | 10  | 25,3                     | 667                        | 5,13          | 204                        | 2,84          | 121              | 2,19             | 0,39  | 213                           | 2,28          | 5,23          |
|                 | 23,6                         |          |     | 12  | 30                       | 784                        | 5,11          | 239                        | 2,82          | 142              | 2,18             | 0,388 | 249                           | 2,36          | 5,32          |
| 18/11           | 22,2                         | 180      | 110 | 10  | 28,3                     | 952                        | 5,8           | 276                        | 3,12          | 165              | 2,42             | 0,376 | 295                           | 2,44          | 5,88          |
|                 | 26,4                         |          |     | 12  | 33,7                     | 1123                       | 5,77          | 324                        | 3,1           | 194              | 2,4              | 0,374 | 348                           | 2,52          | 5,97          |
| 20/12,5         | 27,4                         | 200      | 125 | 11  | 34,9                     | 1449                       | 6,45          | 446                        | 3,58          | 264              | 2,75             | 0,392 | 465                           | 2,79          | 6,5           |
|                 | 29,7                         |          |     | 12  | 37,9                     | 1568                       | 6,43          | 482                        | 3,57          | 285              | 2,74             | 0,392 | 503                           | 2,83          | 6,54          |
|                 | 34,4                         |          |     | 14  | 43,9                     | 1801                       | 6,41          | 551                        | 3,54          | 327              | 2,73             | 0,39  | 573                           | 2,91          | 6,62          |
|                 | 39,1                         |          |     | 16  | 49,8                     | 2026                       | 6,38          | 617                        | 3,52          | 367              | 2,72             | 0,388 | 643                           | 2,99          | 6,71          |



# ОГЛАВЛЕНИЕ

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»
2. ЛИТЕРАТУРА
3. ОБЪЁМ И СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
4. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
5. ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАЧ, ВХОДЯЩИХ В КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
6. ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
  - ЗАДАЧА 1
  - ЗАДАЧА 2
  - ЗАДАЧА 3
  - ЗАДАЧА 4
  - ЗАДАЧА 5
  - ЗАДАЧА 6
  - ЗАДАЧА 7
  - ЗАДАЧА 8
  - ЗАДАЧА 9
  - ЗАДАЧА 10
  - ЗАДАЧА 11
  - ЗАДАЧА 12
  - ЗАДАЧА 13
  - ЗАДАЧА 14
7. ПРИЛОЖЕНИЯ