

## **ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Методические указания к лабораторным работам  
на универсальном стенде СМ-2

Предназначены для теоретической проработки, подготовки и выполнения лабораторных работ на универсальном стенде. Рекомендуются студентам всех специальностей и всех форм обучения, изучающим дисциплину “Сопротивление материалов”.

Подготовлены на кафедре теоретической механики и сопротивления материалов.

## Описание универсального лабораторного стенда СМ-2

Универсальный лабораторный стенд СМ-2 (разработчик и изготовитель – ОАО Российское НПО «Росучприбор», паспорт ГИЯА 161438.015 ПС) предназначен для проведения механических испытаний при выполнении лабораторных работ по курсу сопротивления материалов. Стенд обеспечивает выполнение следующих лабораторных работ:

- Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона.
- Испытание материала на срез.
- Проверка линейного закона распределения нормальных напряжений в поперечном сечении балки при изгибе.
- Определение перемещений при изгибе.
- Определение главных напряжений при изгибе с кручением.
- Определение модуля сдвига.
- Определение критической силы для сжатого стержня.

В комплект универсального лабораторного стенда СМ-2 входят следующие основные элементы:

1. Массивная стальная плита с Т-образным пазом для закрепления на ней с помощью болтов М10 опорных частей испытательных установок.

2. Две стойки, прикрепляемые к плите, которые служат опорами нагружающих устройств. В установке для лабораторной работы 4 на этих стойках закрепляются опоры балки. В установках для испытаний на растяжение и срез с горизонтальным приложением силы на правой стойке закрепляется корпус с прорезной силоизмерительной пружиной, а на левой – винтовой нагружающий механизм со штурвалом.

3. Вертикальное винтовое нагружающее устройство для испытания на изгиб двутавровой балки.

4. Набор различных опор для балок.

5. Индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 и 0,001 мм.

6. Штативы для установки индикаторов в местах измерения перемещений.

7. Гири массой 1 кг.

## 8. Измеритель деформации тензометрический цифровой ИДТЦ-01.

Для проведения конкретной работы из готовых элементов собирается испытательная установка на общем для всех работ основании стенда. Описание каждой установки (наладки) приводится в соответствующей работе.

На рис.1 показана установка, собранная для проведения первой лабораторной работы. Две стойки 1 и 2 прикреплены болтами к плите, на стойке 1 закреплен корпус 3 с винтовым нагружающим механизмом, а на стойке 2 – корпус 4 с силоизмерительной прорезной пружиной. С помощью серьг 5 и пальцев 6 в проушинах концов нагружающего устройства и силоизмерителя закрепляется образец 7 с наклеенными тензорезисторами 8. Нагружение образца осуществляется плавным вращением штурвала 9. Для измерения силы служит индикатор 10, который показывает перемещение конца рычага 11 прорезной пружины, пропорциональное силе.

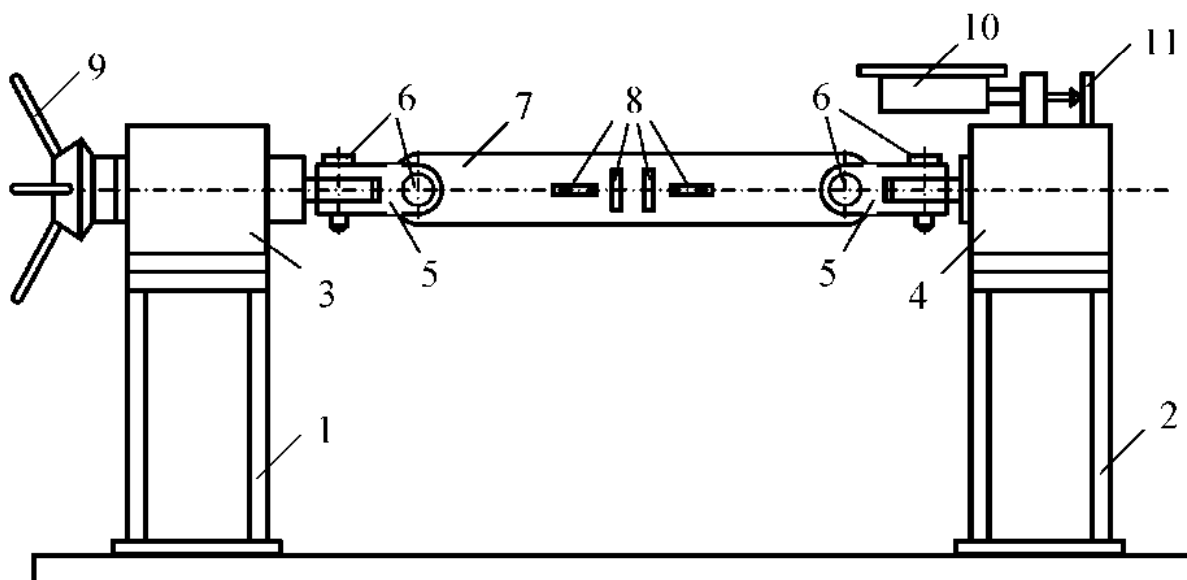


Рис. 1.

Нагружение образцов в большинстве работ осуществляется винтом, при этом величина силы определяется по деформации упругого элемента; в работах 1, 2 и 7 измерителем силы является прорезная пружина, которая установлена в корпусе правой стойки.

Прорезная пружина (рис. 2) представляет собой стальной тонкостенный цилиндрический стакан 1 с массивными крышками, правой крышкой 2 пружина неподвижно закрепляется в корпусе, а к левой 3 с помощью серьги 4 присоединяется образец. Для увеличения

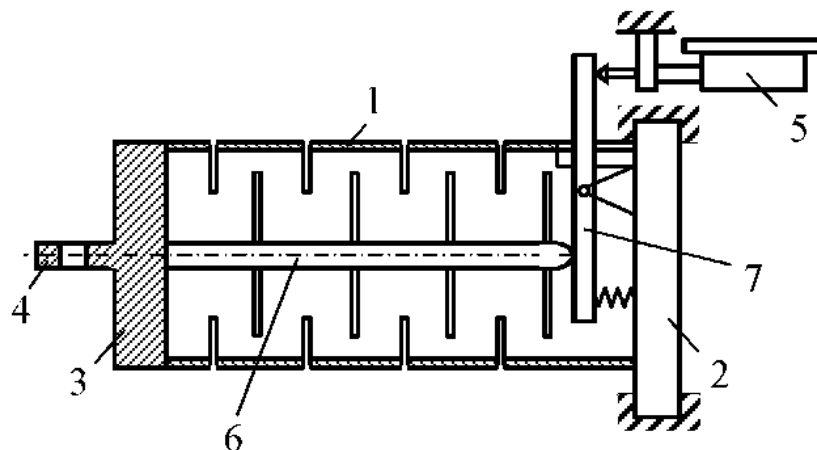


Рис. 2

податливости пружины в ее цилиндрической части сделано несколько рядов взаимно смещенных прорезей (отсюда и название «прорезная пружина»). Взаимное перемещение концов пружины измеряется часовым индикатором 5 с помощью штанги 6, прикрепленной к левой крышке, и рычага 7. Значение силы по показаниям индикатора определяется с помощью тарифовочной таблицы 1 или по формуле

$$F = 4,275n, \quad (1)$$

где  $F$  – сила, Н,  $n$  – число делений индикатора, мкм.

Таблица 1

$F, Н$	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
$n, мкм$	117	234	351	468	585	702	819

В работе 3 для измерения силы используется упругий элемент, показанный на рис. 3. Значение силы по показаниям индикатора определяется с помощью тарифовочной таблицы 2 или по формуле

$$F = 2,59n - 78, \quad (2)$$

где  $F$  – сила, Н,  $n$  – число делений индикатора, мкм.

Таблица 2

$F, Н$	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
$n, мкм$	223	416	609	802	995	1188	1381

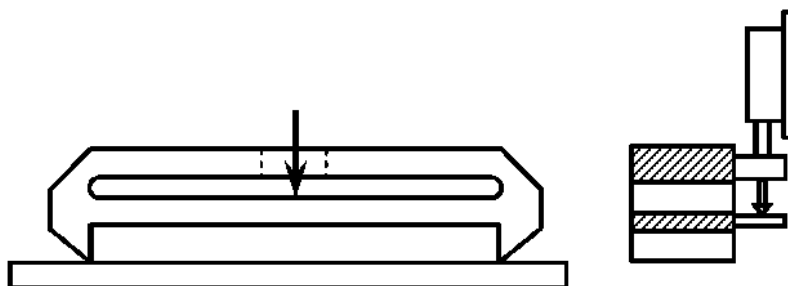


Рис. 3

В работах 4, 5, 6 для создания усилий в образцах используется самый простой способ – обыкновенные гири.

Все линейные перемещения – как искомые перемещения испытываемых образцов, так и перемещения упругих элементов силоизмерительных устройств, – измеряются стандартными часовыми индикаторами с пеной деления 0,01 и 0,001 мм.

Для измерения относительной деформации испытываемых образцов применен электротензометрический метод, сущность

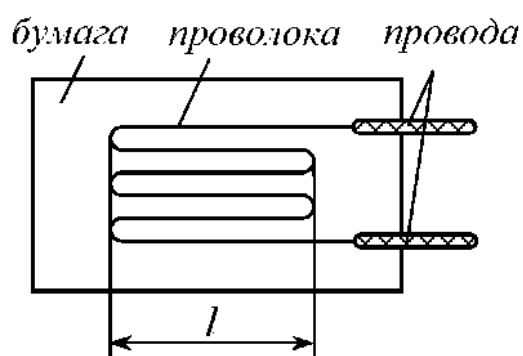


Рис.4

которого состоит в следующем. Воспринимающим устройством электрического тензомера является тензодатчик сопротивления (тензорезистор). Тензорезистор представляет собой решетку из константановой (сплав Cu – основа, Ni – 40%, Mn – 1,5%), нихромовой (сплав Ni – основа, Cr – 30%, Al – 3,5%, Si –

1,5%) или манганиновой (сплав Cu – основа, Mn – 11...13,5%, Ni – 2,5...3,5%) проволоки диаметром 0,02...0,04 мм, приклеенную к подложке (из бумаги или пленки), с выводными проводами большего диаметра (рис. 4). Тензодатчик наклеивается на исследуемую деталь и деформируется вместе с ней. При этом изменяются длина и поперечное сечение проволоки, что приводит к изменению

электрического сопротивления тензодатчика. Опыт показывает, что относительное изменение сопротивления резистора прямо пропорционально относительной деформации:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_T \varepsilon,$$

где  $R$  – первоначальное сопротивление,  $\Delta R$  – приращение сопротивления,  $\varepsilon$  – относительная деформация,  $K_T$  – коэффициент тензочувствительности. Для наиболее распространенных проволочных тензорезисторов базой 10...20 мм  $K_T \approx 2$ . Таким образом, измерение деформаций сводится к измерению сопротивления датчика, для этого используются электрические мосты постоянного и переменного тока.

На рис. 5 показана принципиальная схема измерительного моста. Мост состоит из источника питания, четырех плеч  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  и двух диагоналей. В одну из диагоналей включен источник питания, в другую – гальванометр. Пусть  $R_A = R_1$  – сопротивление рабочего, или активного, датчика. Перед измерением мост балансируют таким образом, чтобы в измерительной диагонали ток был равен нулю, это достигается при выполнении соотношения

$$R_1 R_3 = R_2 R_4.$$

Обычно за плечо моста  $R_2 = R_k$  принимают компенсационный датчик, сопротивление которого равно сопротивлению рабочего датчика, компенсационный датчик наклеивается на недеформируемую пластинку из исследуемого материала и помещается рядом с активным, чтобы возможные изменения температуры действовали на оба датчика и, таким образом, компенсировались. Отсюда и название – компенсационный. Тогда из приведенного выше соотношения

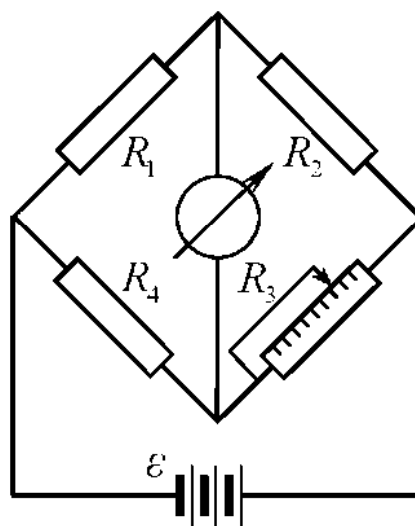


Рис.5.

следует  $R_3 = R_4 = R$ . При изготовлении измерительного прибора обычно сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  монтируют внутри прибора, одно из них делают переменным, т.е. реохордом, шкала реохорда градуируется непосредственно в единицах относительной деформации, а два плеча моста – с рабочим и компенсационным датчиками – делают выносными, поэтому говорят о «приборе с выносным полумостом».

Измерение деформации производится так. Вначале при нулевой деформации выполняется балансировка моста и записывается показание шкалы реохорда, затем то же повторяется после деформирования объекта, деформация находится как разность результатов двух измерений.

В приборе ИДТЦ-01, прилагаемом к универсальному стенду СМ-2, балансировка моста производится автоматически, а результат (показание шкалы реохорда) высвечивается цифрами на экране. Цена деления прибора определяется в результате тарировки вместе с используемыми тензорезисторами. Тарировка заключается в установлении соответствия между показанием прибора и значением измеряемой деформации. Тарировка измерительной системы «датчик – прибор» в нашем случае выполняется в следующем порядке: в эталонном образце с наклеенными тензорезисторами создается деформация  $\varepsilon$ , величина которой заранее известна, и производится измерение этой деформации прибором ИДТЦ – определяется число делений прибора  $\Delta n$ , соответствующее этой деформации. Тогда цена деления прибора определяется по формуле

$$k = \frac{\varepsilon}{\Delta n}. \quad (3)$$

Для тарировки нашего прибора в качестве эталонного образца принята стальная полоска прямоугольного поперечного сечения  $2 \times 30$  мм, которую растягивали на универсальном стенде ступенями с шагом усилия  $\Delta F = 427$  Н, при этом нормальное напряжение в поперечном сечении

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta F}{A} = \frac{427}{60 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 7,12 \text{ МПа},$$

относительная продольная деформация –

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{7,12}{2 \cdot 10^5} \frac{\text{МПа}}{\text{МПа}} = 3,56 \cdot 10^{-5},$$

а среднее приращение показаний прибора  $\Delta l$  составило 18 делений на диапазонах 0 и -1.

Цена деления прибора, подсчитанная по формуле (3), равна  $k = 1,98 \cdot 10^{-6} \frac{\text{ЕОД}}{\text{ДП}}$ . Здесь обозначено: ЕОД – единица относительной деформации, ДП – деление прибора.

## Лабораторная работа 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА

*Цель работы:* опытная проверка закона Гука при растяжении; определение модуля упругости  $E$ , коэффициента Пуассона  $\nu$  и модуля сдвига  $G$ .

*Образец для испытаний.* Стержень прямоугольного сечения шириной  $b = 30$  мм, толщиной  $h = 2$  мм, материал сталь 45 (рис.6). По концам образца имеются два отверстия для закрепления в захватах установки.

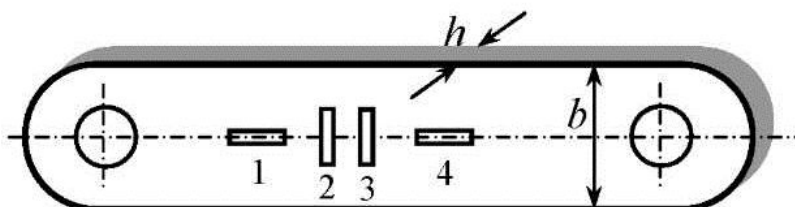


Рис. 6

*Испытательная установка,* собранная из элементов универсального лабораторного стенда СМ-2 (рис.1).

*Измерительный приборы.* На поверхность образца наклеены тензорезисторы: 1 и 4 – вдоль, 2 и 3 – поперек оси образца. Выводные провода резисторов подключены к измерителю деформаций ИДТЦ-01.

*Содержание работы.* Диаграмма растяжения или сжатия на начальном участке для большинства материалов является



прямолинейной. Зависимость между напряжениями и деформациями выражается законом Гука: нормальное напряжение в поперечном сечении прямо пропорционально относительной продольной деформации

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Коэффициент пропорциональности  $E$  в законе Гука называют модулем упругости, для данного материала эта величина постоянная, измеряется в  $\text{Н/м}^2$  (Па, МПа). Из выражения деформации

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

видно, что стержень деформируется тем меньше, чем больше модуль упругости, т.е. модуль упругости является мерой жесткости материала.

Для экспериментального определения модуля упругости воспользуемся формулой

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon},$$

в которую нужно подставить  $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F}{A}$ , где  $F$  – значение силы, приложенной к образцу,  $A$  – площадь поперечного сечения образца,  $\varepsilon$  – значение продольной деформации, полученное в результате измерения.

При растяжении или сжатии возникает также поперечная деформация  $\varepsilon'$ , которая связана с продольной такой зависимостью:

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon,$$

здесь  $\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$  – коэффициент Пуассона – абсолютная величина отношения поперечной деформации к продольной. Для данного материала коэффициент Пуассона также является постоянной величиной.

Различные изотропные материалы имеют коэффициент Пуассона в пределах  $0 \leq \nu \leq 0,5$ .

Модуль упругости и коэффициент Пуассона объединяют общим названием: упругие постоянные материала. Доказано, что этих двух

упругих постоянных достаточно для полного представления напряженно-деформированного состояния изотропного тела в упругой стадии. В задачах сдвига и кручения приходится иметь дело с еще одной упругой постоянной – модулем сдвига  $G$ , который определяется через  $E$  и  $\nu$ :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Значения упругих постоянных для некоторых материалов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Материал	Модуль упругости, $10^5$ МПа	Коэффициент Пуассона
Сталь углеродистая	2,0 – 2,1	0,24 – 0,30
Алюминиевые сплавы	0,72	0,33
Магниеые сплавы	0,40 – 0,47	0,34
Медь	1,0 – 1,3	0,31 – 0,34
Чугун	1,15 – 1,6	0,23 – 0,27
Дерево	0,1 – 0,12	–
Бетон	0,15 – 0,23	0,16 – 0,18
Резина	0,00008	~ 0,5
Пробка	–	~ 0

*Порядок проведения работы.* Собрать установку (рис.1), после закрепления образца окончательно затянуть болтовые соединения, включить прибор ИДТЦ-01 и прогреть в течении 5 минут. Дать предварительную нагрузку – 50 делений по индикатору силоизмерителя и плавным вращением штурвала произвести нагружение образца ступенями по 50-100 делений индикатора. На каждой ступени нагрузки снять показания прибора со всех датчиков. Результаты внести в таблицу.

Результаты испытаний

$n$	$F$ , Н	$\Delta F$ , Н	Показания ИДТЦ-01							
			1 датчик		2 датчик		3 датчик		4 датчик	
			$T_1$	$\Delta T_1$	$T_2$	$\Delta T_2$	$T_3$	$\Delta T_3$	$T_4$	$\Delta T_4$
50		-		-		-		-		-

150										
250										
350										
50		-		-		-		-		-
				$\Delta T'_{1cp}$		$\Delta T'_{2cp}$		$\Delta T'_{3cp}$		$\Delta T'_{4cp}$

В таблице обозначено:

$n$  – число делений индикатора силоизмерителя;

$T_i$  и  $\Delta T_i$  – число делений прибора ИДТЦ-01 и приращение числа делений, приходящееся на одну ступень.

Провести необходимые вычисления, заполнить таблицу, определить  $\Delta F$  по формуле (1),  $\Delta T'_{icp}$ .

Найти нормальное напряжение в поперечном сечении образца:

$$\sigma = \frac{\Delta F'}{A}.$$

Найти продольную деформацию:

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta T'_{1cp} + \Delta T'_{4cp}}{2} \cdot k.$$

Найти поперечную деформацию

$$\varepsilon'_s = \frac{\Delta T_{2cp} + \Delta T_{3cp}}{2} \cdot k.$$

Построив график, например,  $F - T_1$ , приняв начальные значения за нуль, проверить справедливость закона Гука.

Вычислить значения упругих постоянных:

- модуля упругости  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_s} = \dots$
- коэффициента Пуассона  $\nu = \left| \frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_s} \right| = \dots$
- модуля сдвига  $G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \dots$

Сделать выводы об упругости деформаций, справедливости закона Гука, привести значения упругих постоянных испытанного материала и сравнить с табличными значениями.

### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение упругой деформации.
2. В чем заключается закон Гука?
3. Что такое модуль упругости?
4. Что такое коэффициент Пуассона?
5. Сколько независимых упругих констант у изотропного материала?
6. Каковы пределы значений коэффициента Пуассона для изотропных тел?
7. В каких единицах измеряется модуль упругости? Коэффициент Пуассона?
8. Как экспериментально проверить закон Гука?
9. Как проверить, что деформация является упругой?

## **Лабораторная работа 2**

### **ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛА НА СРЕЗ**

*Цель работы:* экспериментальное определение максимальной силы, достигнутой в момент среза, и разрушающего напряжения среза.

*Образцы для испытаний.* Цилиндрические стержни из материалов Д16Т, меди или латуни с диаметрами  $d_0 = 3 \pm 0,2$  мм;  $2,8 \pm 0,1$  мм,  $3,5 \pm 0,1$  мм соответственно.

*Испытательная установка.* Испытание проводится на универсальном лабораторном стенде СМ-2.

*Измерительный прибор.* Индикатор деформации прорезной пружины.

*Наладка стенда.* Установить на плиту стола две опорные стойки 1 (рис. 7) и предварительно закрепить стойки болтовыми

соединениями к плите так, чтобы стойки могли двигаться вдоль паза плиты.

Установить корпус 3 на правую стойку и закрепить болтами к стойке.

Пруток (образец) 4 вставить в отверстия высокотвердых втулок 5, закрепленных в вилках 6. Вставить вилки 6 в концы ползуна 7 и оси прорезной пружины 8 и зафиксировать штифтами 9. Окончательно закрепить стойки на плите – затянуть болты Т-образного паза. Нагружение образца производится вращением штурвала 10.

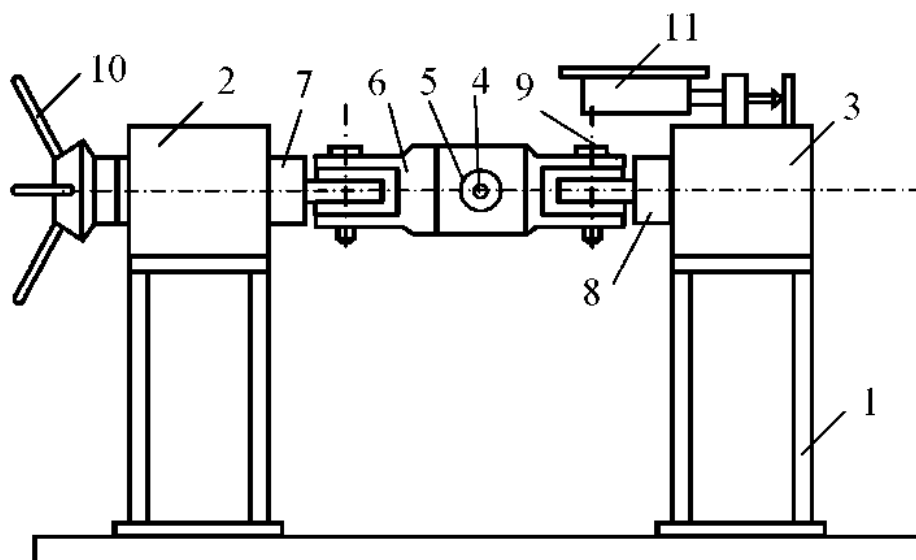


Рис. 7

*Содержание работы.* Срезом называется разрушение материала стержня под действием сил, перпендикулярных продольной оси стержня (поперечных сил). При этом в сечениях среза стержня возникают касательные напряжения, величина которых определяется по формуле

$$\tau_{ср} = \frac{F_{ср}}{A_{ср}}. \quad (4)$$

Схема испытания представлена на рис. 8.

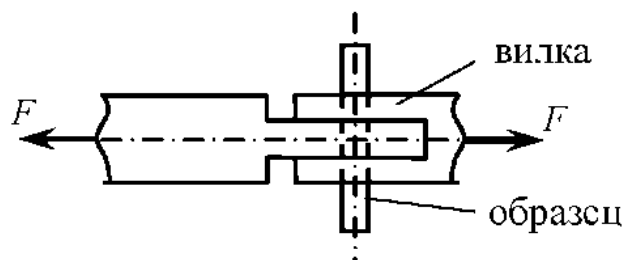


Рис. 8

*Порядок проведения работы.* Произвести нагружение образца поперечной силой. Внимательно следя за показанием индикатора силоизмерителя, плавным вращением штурвала довести образец до разрушения, зафиксировать показание индикатора в момент среза.

Вычислить силу среза по формуле (1):

$$F_{cp} = 4,275 \cdot n,$$

где  $n$  – число делений индикатора в момент разрушения образца, мкм.

Площадь сечения образца определяется по формуле

$$A_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}.$$

По формуле (4) определить величину разрушающего напряжения среза, где  $A_{cp} = 2A_0$ , так как срез происходит по двум плоскостям:

$$\tau_{cp} = \frac{4,275 \cdot n}{2A_0}.$$

### *Контрольные вопросы*

1. Какой вид разрушения называется срезом?
2. Как определяются касательные напряжения среза?
3. Как производится измерение силы?

### **Лабораторная работа 3**

#### **ПРОВЕРКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СЕЧЕНИИ БАЛКИ ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ**

*Цель работы:* проверка линейного закона распределения нормальных напряжений в поперечном сечении балки при плоском изгибе.

*Образец для испытаний.* Балка двутаврового поперечного сечения (рис. 9), материал Д16,  $h = 60$  мм;  $b = 30$  мм,  $t = 5$  мм,  $d = 3$  мм, модуль упругости материала балки  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа.

*Испытательная установка.* Испытание проводится на универсальном лабораторном стенде СМ-2.

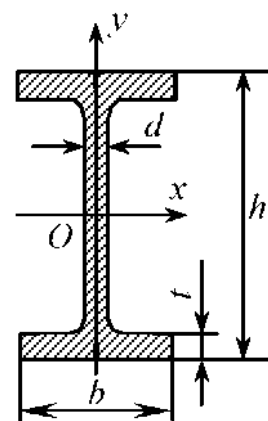


Рис. 9

*Измерительный приборы.* Измеритель деформаций тензометрический цифровой ИДТЦ-01, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм.

*Наладка стенда.*

Установить на плиту стола по центру винтовое нагружающее устройство 1 и закрепить болтовыми соединениями (рис. 10). Образец 2, представляющий собой двутавровую балку, установить на опоры 3, закрепить их болтовыми соединениями к плите.

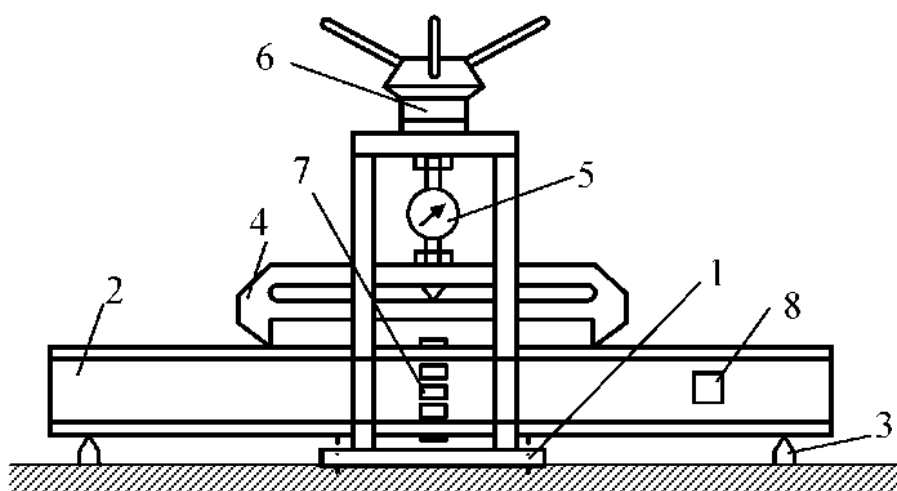


Рис. 10

Элемент упругий 4 с закрепленным на нем индикатором 5, установить заостренными опорами на образец. Надеть на винт штурвал 6 и закрепить винтом. Данные тарировки упругого элемента

приведены в табл. 1. В среднем сечении балки по высоте наклеены 5 тензорезисторов 7, концы которых выведены на разъем 8 для подключения к измерителю деформаций ИДТЦ-01.

*Содержание работы.*

Испытание проводится по схеме нагружения, представленной на рис. 11 ( $l = 600$  мм,  $a = 200$  мм).

Оси  $Ox$  и  $Oy$  (рис. 9) являются главными центральными осями сечения. Продольная ось балки –  $Oz$ . При действии на балку сил, перпендикулярных оси  $Oz$  и лежащих в плоскости  $yOz$ , которую принято называть главной плоскостью, балка будет изгибаться в этой плоскости. Такой изгиб называется плоским изгибом.

На рис. 12 представлены расчетная схема балки и эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

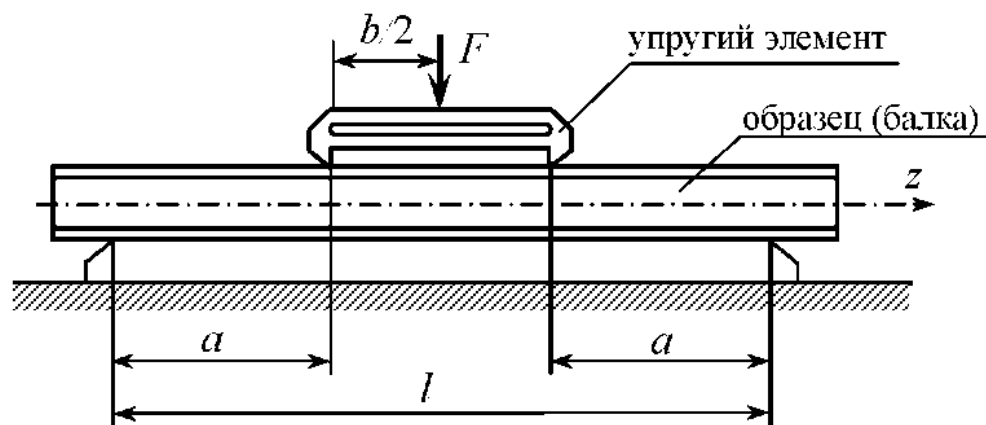


Рис. 11

Если в поперечных сечениях балки возникает только изгибающий момент  $M_x$ , а поперечная сила равна нулю ( $Q_y = 0$ ), то такой изгиб называют чистым (средний участок балки, рис. 12). Когда в сечениях балки не равны нулю  $M_x$  и  $Q_y$ , изгиб называют поперечным (крайние участки балки, рис. 12).

При чистом изгибе в поперечных сечениях балки возникают только нормальные напряжения  $\sigma_z$ , которые определяются по формуле

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y, \quad (4)$$



где  $M_x$  – изгибающий момент в рассматриваемом сечении,  $J_x$  – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси  $Ox$ ,  $y$  – ордината точки, в которой вычисляются напряжения.

Предполагается, что материал балки при изгибе следует закону Гука.

Из формулы (4) видно, что нормальные напряжения по высоте балки изменяются по линейному закону.

Знак напряжения  $\sigma_z$  определяют по физическому смыслу (верхние слои сжаты, нижние – растянуты).

Изгибающий момент в зоне чистого изгиба

$$M_x = \frac{Fa}{2},$$

где  $a$  – расстояние от опоры балки до опоры упругого элемента.

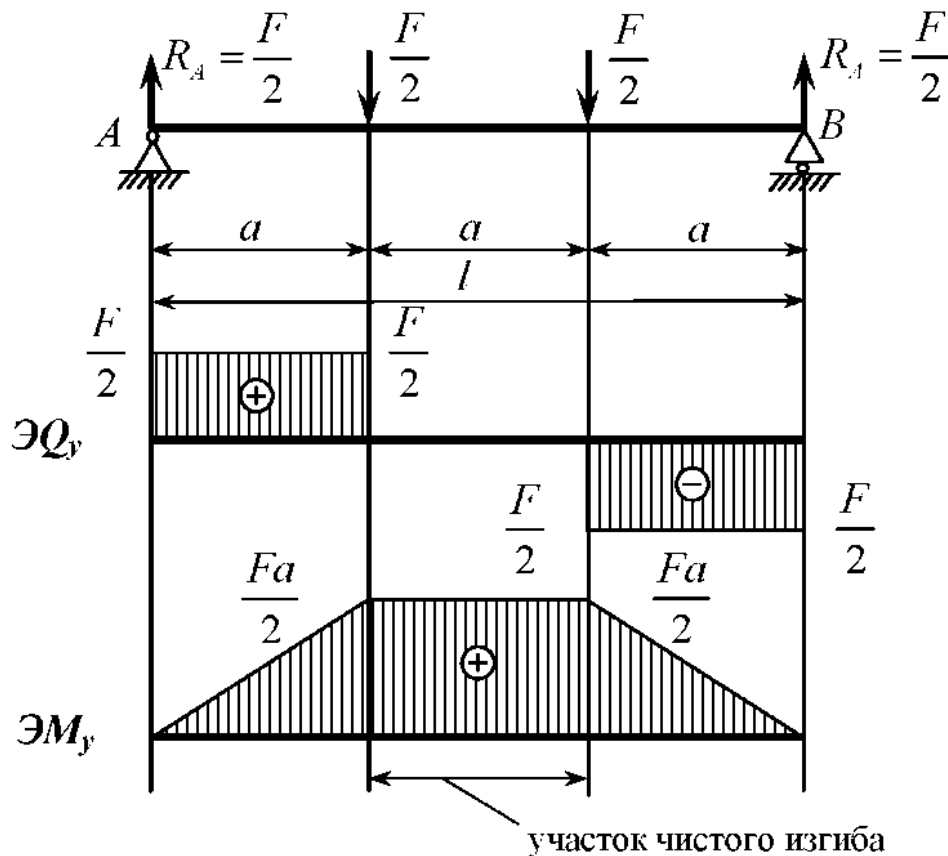


Рис. 12

Сила вычисляется по формуле (2)

$$F = 2,59n - 78,$$

где  $n$  – показание индикатора упругого элемента мкм.

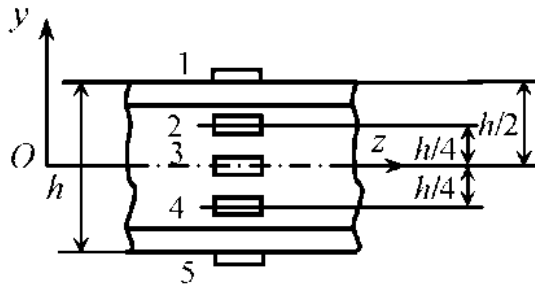


Рис. 13

Для экспериментальной проверки линейного закона изменения нормальных напряжений по высоте балки в зоне чистого изгиба в пяти точках сечения наклеены пять тензорезисторов (рис. 13), с помощью которых определяют деформации  $\varepsilon_z$  на разных

расстояниях от оси  $z$ , а затем находят нормальные напряжения.

$$\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z,$$

где  $E$  – модуль упругости материала балки,  $\varepsilon_z$  – относительная продольная деформация рассматриваемого волокна.

*Порядок выполнения работы.*

Нагрузить балку предварительной силой  $F = 0,5$  кН и снять показания всех тензорезисторов.

Нагрузить балку последовательно силами 1,0 кН, 1,5 кН и 2 кН. На каждой ступени нагружения снять показания ИДТЦ-01 и занести в таблицу.

№	$F$ , кН	$\Delta F$ , кН	Показания ИДТЦ-01										
			$T_1$	$\Delta T_1$	$T_2$	$\Delta T_2$	$T_3$	$\Delta T_3$	$T_4$	$\Delta T_4$	$T_5$	$\Delta T_5$	
0	0,5	-											
1	1,0	1,5											
2	1,5	1,5											
3	2,0	0,5											

Снять нагрузку.

Определить среднюю разность показаний ИДТЦ-01  $\Delta T_i$  каждого тензорезистора для ступени нагрузки  $\Delta F = 1$  кН.

Определить относительную деформацию для каждого тензорезистора по формуле

$$\varepsilon_i = k \cdot \Delta T_{i\text{cp}}, \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5).$$

где  $k$  – цена деления измерителя информации ИДТЦ-01.

Вычислить нормальные напряжения для точек чистого изгиба по формуле

$$\sigma_{z_i}^{\text{эксп}} = E \cdot \varepsilon_i.$$

Вычислить теоретические значения напряжений в точках наклейки тензодатчиков

$$\sigma_{z_i}^{\text{теор}} = \frac{(-M_x)}{J_x} y_i,$$

где знак «-» при  $M_x$  учитывает, что в верхних слоях балки действуют напряжения сжатия, в нижних – напряжения растяжения.

Занести полученные в пунктах 5...7 результаты в таблицу. Величину момента инерции относительно оси  $Ox$  вычислить по формуле:

$$J_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{(b-d)(h-2l)^3}{12}.$$

№ № тензорезисторов	$\Delta T_{i\text{cp}}$	$\varepsilon_i$	$\sigma_{z_i}^{\text{эксп}}$ , МПа	$y_i$ , м	$\sigma_{z_i}^{\text{теор}}$ , МПа
1					
2					
3					
5					

Построить эпюру теоретических значений напряжений в сечении зоны чистого изгиба и отметить на ней точками экспериментальные значения напряжений в точках наклейки тензорезисторов.

В заключение сравнить теоретические и экспериментальные значения напряжений и сделать вывод о справедливости линейного закона распределения нормальных напряжений по поперечному сечению изгибаемого стержня.

## *Контрольные вопросы*

1. Какой вид нагружения называется плоским изгибом?
2. Какой вид нагружения называется чистым изгибом?
3. По какому закону изменяются нормальные напряжения при изгибе по высоте балки?
4. Справедлив ли закон Гука при чистом изгибе?

## **Лабораторная работа 4**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ**

*Цель работы:* экспериментальное определение значений прогибов и углов поворота сечений балки и сравнение с теоретическими значениями.

*Образец для испытаний.* Испытаниям подвергается балка прямоугольного сечения длиной  $l$ , с поперечными размерами  $b \times h$ , материал Ст.3,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Испытательная установка.* Установка (рис.14) состоит из плиты 1, на которую установлены две опорные стойки 2, закрепленные болтовыми соединениями.

Корпус 3 балки 4 установлен на левую стойку, а корпус 5 на правую стойку и закреплены болтами. На плиту 1 установлены две индикаторные стойки 6. На них надеты планки 7 со стержнями 8, в отверстия которых вставлены кронштейны 9 с закрепленными на них индикаторными головками 10. Ножки индикаторов опираются на середину пролета и свободный конец балки 4. Нагружение балки производится с помощью подвеса с грузами 11.

*Содержание работы.* Теория расчета стержней (балок), работающих на изгиб, основывается на ряде допущений. Линейные перемещения (прогибы) малы по сравнению с пролетом балки, а

линейные перемещения вдоль продольной оси пренебрежимо малы. Поперечные сечения считаются нормальными к оси балки и после изгиба, при этом угол наклона касательной к оси изогнутой балки равняется углу поворота сечения, что соответствует пренебрежению деформацией сдвига. Таким образом, положение каждого поперечного сечения балки характеризуется двумя перемещениями: прогибом (перемещением в направлении, перпендикулярном к оси балки) и углом поворота.

Прогибы  $v$  балки в соответствии с изложенными допущениями определяются из решения дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M}{EJ_x},$$

а углы поворота  $\theta$  сечений – из выражения:

$$\theta = \frac{dv}{dz}.$$

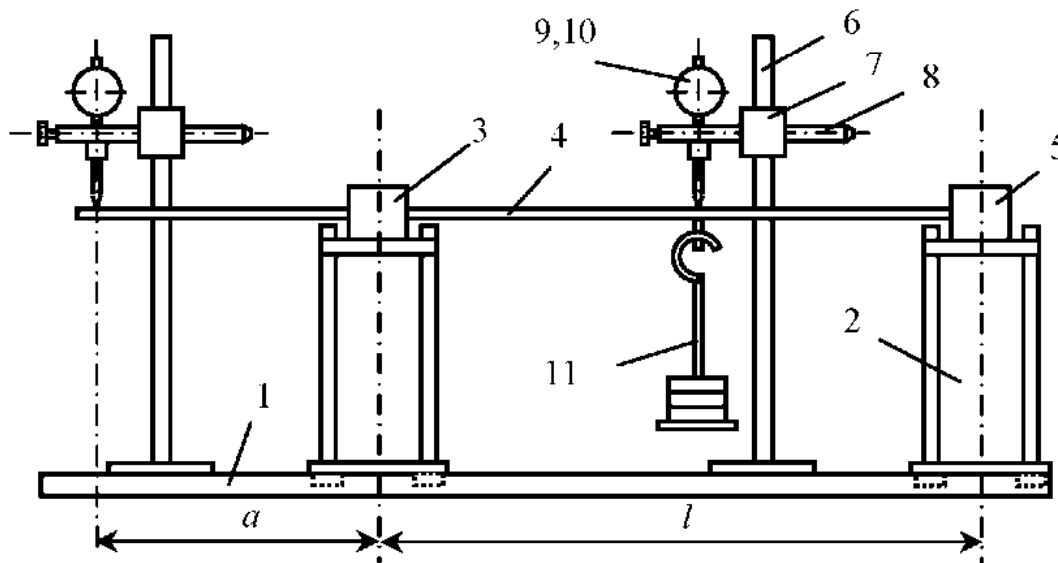


Рис. 14.

Для схемы загрузки балки, приведенной на рис. 15, прогиб под силой

$$v_c = \frac{Fl^3}{48EJ_x}.$$

Углы поворота на опорах

$$\theta_B = -\frac{Fl^2}{16EJ_x}, \quad \theta_D = -\theta_B.$$

*Порядок проведения работы.* Измеряются размеры поперечного сечения балки (рис. 14) и вычисляются его геометрические характеристики  $J_x$  и  $W_x$ . Из условия прочности находится допускаемая величина силы  $F$ . Производится пошаговое нагружение балки в середине пролета (точка  $C$ ) на поддон подвеса 11

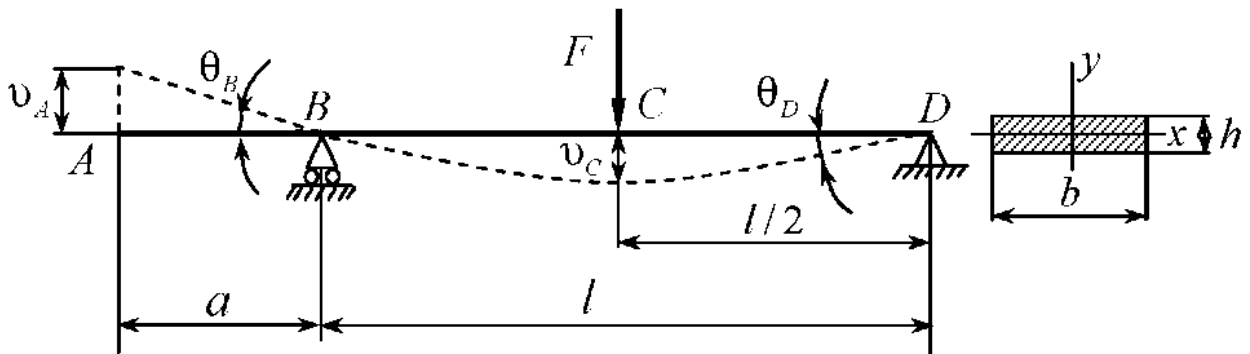


Рис. 15.

последовательно накладываются грузы массой 1 кг: 1, 2, 3, 4 кг. На каждом шаге нагружения снимаются показания индикаторов  $n_A$ , и  $n_C$ , установленных в точках  $A$  и  $C$  балки, и заносятся в таблицу. Затем подсчитываются средние приращения показаний индикаторов  $\Delta n_A$ , и  $\Delta n_C$ , соответствующие изменению нагрузки на величину  $\Delta F$ .

Прогиб балки в данной точке равен разнице показаний индикатора прогибомера до и после нагружения. Поэтому экспериментальное значение прогиба балки в точке  $C$  равно

$$v_C^{\text{э}} = \Delta n_{C, \text{ср}},$$

где  $\Delta n_{C, \text{ср}}$  - среднее значение разности отсчетов индикатора  $C$ .

Угол поворота опорного сечения  $B$  определяется соотношением:

$$\theta_B \approx \operatorname{tg} \theta_B = \frac{\Delta n_{A, \text{cp}}}{a},$$

где  $\Delta n_{A, \text{cp}}$  - среднее значение разности отсчетов индикатора в точке  $A$ ;  
 $a = l/3$  - длина консольной части балки.

Полученные значения прогиба сечения  $C$  и угла поворота сечения  $B$  необходимо сравнить с результатами теоретического расчета.

Материал образца – Ст. 3,  $[\sigma] = 160$  МПа,  $E = 2 \times 10^5$  МПа.

$F$ , Н	$\Delta F$ , Н	Показания индикаторов, мм			
		$n_A \cdot 10^{-2}$	$\Delta n_A \cdot 10^{-2}$	$n_C \cdot 10^{-2}$	$\Delta n_C \cdot 10^{-2}$

### *Контрольные вопросы*

1. На каких допущениях основывается теория расчета стержней, работающих на изгиб?
2. Какими перемещениями характеризуется положение каждого поперечного сечения балки, работающей на изгиб?
3. Какие геометрические характеристики используются для определения прогиба балки?
4. Как теоретически можно определить перемещения балки при изгибе?
5. Запишите приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.

### **Лабораторная работа 5**

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ВАЛА ТРУБЧАТОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

*Цель работы:* – экспериментальное исследование напряженного состояния круглого полого вала при изгибе с кручением; определение величин главных напряжений и положения главных площадок.

*Образец для испытаний.* Тонкостенный стержень кольцевого сечения. Наружный диаметр  $D = 42$  мм, внутренний диаметр  $d = 40$  мм, длина  $l = 250$  мм. Материал: сплав Д 16 (модуль упругости  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,33$ )

*Испытательная установка* (рис.16). Для проведения работы необходимо опустить упор 11 стойки 2 так, чтобы он не касался подшипника 10. Для создания в образце 4 изгиба с кручением следует на подвес 13 рычага 9 размещать гири массой 1 кг. Расстояние от подвеса до тензорезисторов  $h = 230$  мм, плечо рычага  $a = 300$  мм. На испытуемом образце наклеены три тензорезистора: один – вдоль, два других – под углами  $\pm 45^\circ$  к продольной оси образца.

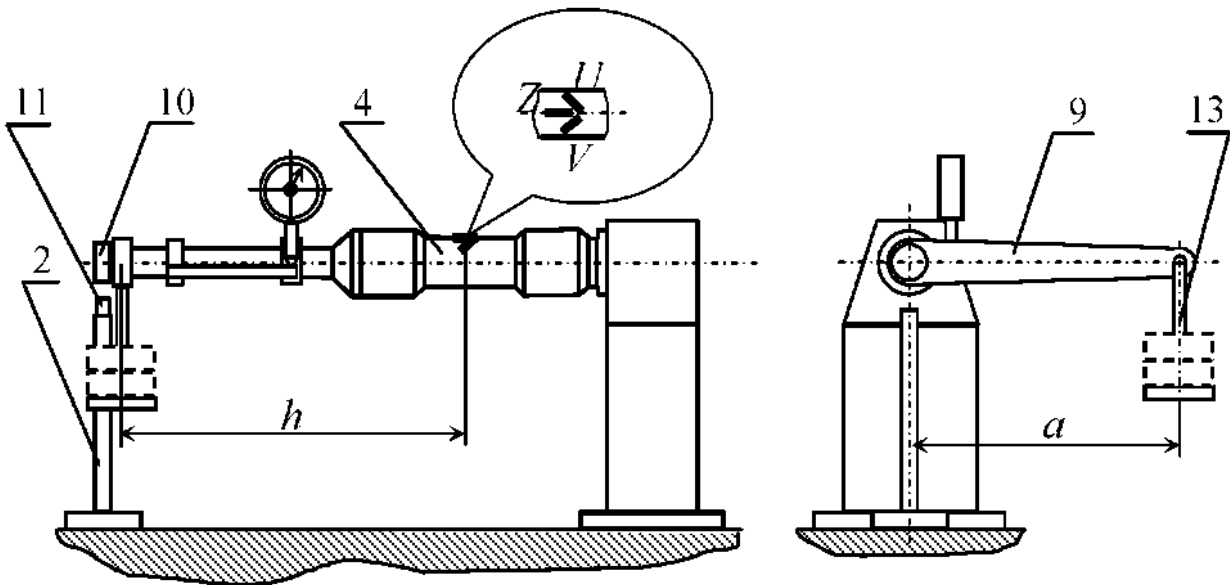


Рис. 16

*Измерительные приборы.* Тензодатчики омического сопротивления (тензорезисторы), подключенные к прибору ИДТЦ-01,



цена деления прибора  $k$ .

*Содержание работы.* Определяются главные напряжения и положения главных площадок в верхней точке поперечного сечения образца.

При изгибе с кручением стержень подвергается одновременному действию изгибающего и крутящего моментов. При этом в его поперечных сечениях действуют касательные и нормальные напряжения. Максимальные значения напряжений возникают у поверхности вала и определяются по формулам:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x}, \quad \tau = \frac{M_k}{W_p},$$

где  $M_x = Fh$ ,  $M_k = Fa$  – изгибающий и крутящий моменты;

$$W_x = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4), \quad W_p = 2W_x, \quad c = \frac{d}{D}.$$

Главные напряжения вычисляются по формуле

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

Угол наклона главных площадок  $\alpha$  определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -2\tau/\sigma.$$

Рассмотрим отдельно экспериментальное определение главных напряжений.

При плоском напряженном состоянии ( $\sigma_3 = 0$ ) обобщенный закон Гука записывается так:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2),$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1).$$

Решая эту систему уравнений, можно найти главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (в нашей работе это будут напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ ):

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2),$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1),$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – главные деформации, которые нужно определить экспериментально.

В технике тензометрирования для экспериментального определения главных напряжений обычно используют «тройную розетку»: приклеивают в одной «точке» три датчика в трех направлениях  $u, v, z$ , направления « $u$ » и « $v$ » взаимно перпендикулярны, а направление  $z$  под углом  $45^\circ$  к первым двум. Таким образом, непосредственно измеряются деформации  $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_z$ . Найдем главные деформации.

Пусть  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – главные деформации (рис.17). Из рис.17

$$OK = du(1 + \varepsilon_u),$$

$$OK^2 = OB^2 + OC^2,$$

с учетом  $\frac{dx_2}{du} = \sin \alpha,$

$$\frac{dx_1}{du} = \cos \alpha \text{ получим}$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha,$$

аналогично

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 \sin^2 \alpha + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha.$$

Угол сдвига

$$\gamma = \text{tg} \gamma = \text{tg}(\alpha_1 - \alpha) = \frac{\text{tg} \alpha_1 - \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg} \alpha_1 \text{tg} \alpha} = \frac{\text{tg} \alpha \left( \frac{1 + \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_1} - 1 \right)}{1 + \text{tg}^2 \alpha \cdot \frac{1 + \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_1}} =$$

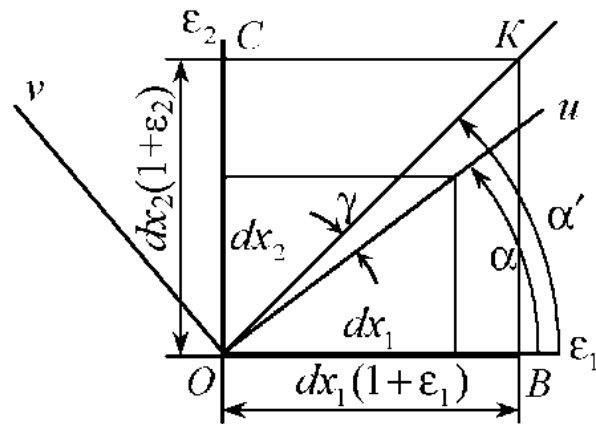


Рис.17

$$= \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{1 + (1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} \sin 2\alpha.$$

Решая систему уравнений

$$\varepsilon_u = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha,$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 \sin^2 \alpha + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha,$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_1 \cos^2(\alpha + 45^\circ) + \varepsilon_2 \sin^2(\alpha + 45^\circ) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha,$$

найдем

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_v}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2} [(\varepsilon_u - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_v - \varepsilon_z)^2]}.$$

В нашей работе находятся главные деформации  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$ .  
Направление главных деформаций определяется по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha_\partial = \frac{2\varepsilon_z - (\varepsilon_u + \varepsilon_v)}{\varepsilon_u - \varepsilon_v}.$$

Если  $\varepsilon_u > \varepsilon_v$ , то положительный угол  $\alpha_\partial$  откладывается от оси «*u*» к «*v*», если  $\varepsilon_v > \varepsilon_u$ , то наоборот. Так как угол  $\alpha_0$  измеряется от оси *z*, а угол  $\alpha_\partial$  – от оси «*u*» или «*v*» (рис. 16), в нашем случае должно быть

$$\alpha_0 + \alpha_\partial = 45^\circ.$$

*Порядок выполнения работы.*

Включить цифровой измеритель деформаций, и, нагрузив подвес рычага гирей массой 1 кг, снять показания со всех трех тензорезисторов.

Нагрузить конец рычага последовательно три раза гирями массой по 1 кг, снимая каждый раз показания всех тензорезисторов.

Вычислить среднюю разность показаний каждого из трех тензорезисторов  $\Delta T'_i$ .

Определить относительные деформации в направлениях тензорезисторов  $\varepsilon_u = \Delta T'_u k_T$ ,  $\varepsilon_z = \Delta T'_z k_T$ ,  $\varepsilon_v = \Delta T'_v k_T$ .

Вычислить главные деформации.

Вычислить главные напряжения.

Определить положение главных осей.

Выполнить теоретические расчеты, полагая  $M_x = \Delta Fh$ ,  $M_y = \Delta Fa$ .

Выполнить сравнительный анализ полученных результатов и определить погрешности найденных экспериментально величин.

Все результаты внести в таблицу испытаний.

			Тензорезисторы					
$n$	$F, \text{H}$	$\Delta F, \text{H}$	$T_U$	$\Delta T_U$	$T_Z$	$\Delta T_Z$	$T_V$	$\Delta T_V$
1								
2								
3								
4								
$\Delta T_{i \text{ ср}}$								
$\epsilon_i$								

*Контрольные вопросы:*

1. Какой случай напряженного состояния называется изгибом с кручением?
2. По каким формулам определяются максимальные значения нормальных и касательных напряжений в поперечных сечениях стержня при изгибе с кручением?
3. Как определяются главные деформации?
4. Как определяются направления главных деформаций?
5. Запишите формулу для определения главных напряжений.

6. Запишите уравнение, которое используется для нахождения угла наклона главных площадок.
7. Нарисуйте образец и розетку тензодатчиков.
8. С какой целью при экспериментальном исследовании нагружение образца осуществляется ступенями?

### Лабораторная работа 6

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА

*Цель работы:* экспериментальное определение модуля сдвига (модуля упругости второго рода).

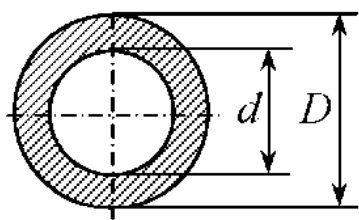


Рис. 18

*Образец для испытаний.* Цилиндрический стержень кольцевого поперечного сечения, выполненный из стали (рис. 18), с размерами  $l = 80$  мм,  $D = 20,2$  мм,  $d = 16$  мм. Это концевая часть (между кронштейнами 7) ступенчатого вала 4, который является образцом для испытания и в

работе 5.

*Испытательная установка.* Испытание проводится на универсальном лабораторном стенде СМ-2.

*Измерительный прибор.* Индикатор деформации часового типа с ценой деления  $0,001$  мм.

*Наладка стенда.* На плите стола установлена опорная стойка 1 и закреплена болтами (рис. 19). В корпус вставлен ступенчатый вал (образец) 4 и закреплён центральным невыпадающим болтом 5 рукоятки 6. На свободном конце образца закреплён рычаг 9 и подшипник 10, который поддерживается упором 11 стойки 2. Кронштейны 7 на ступени малого диаметра образца 4 закреплены на расстоянии  $100$  мм друг от друга. На поперечном кронштейне закреплена индикаторная головка 8 так, чтобы ножка ее опиралась на другой кронштейн. Рычаг 9 с подвеской 13, на которую накладываются гири 14, служит для нагружения образца.

*Содержание работы.* В пределах упругих деформаций угол закручивания  $\varphi$  связан с крутящим моментом  $T$  следующей зависимостью:

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} l}{GJ_p},$$

где  $l$  – длина стержня,  $J_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$  – полярный момент инерции сечения стержня,  $G$  – модуль упругости второго рода (модуль сдвига). Отсюда модуль сдвига

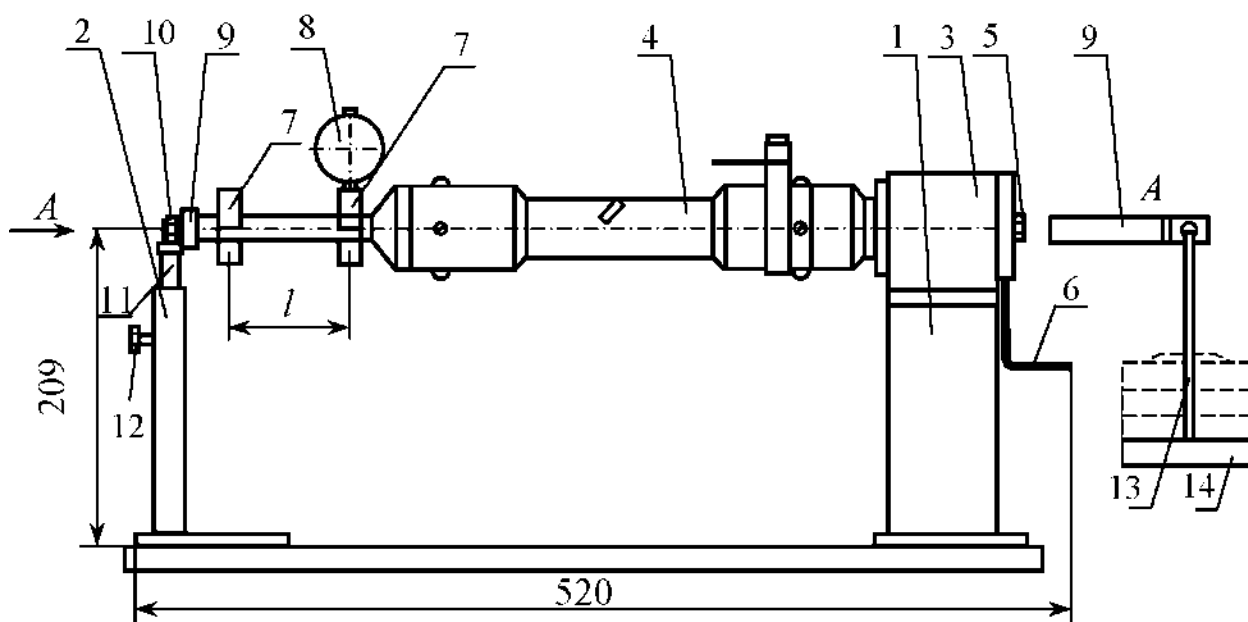


Рис. 19

$$G = \frac{M_{\kappa} l}{\varphi J_p}.$$

Экспериментально модуль сдвига определяют по приращению взаимного поворота  $\Delta\varphi$ , на участке стержня длиной  $l$  от приращения крутящего момента, которое равно:

$$\Delta M_k = \Delta F' \cdot a,$$

где  $\Delta F'$  – степень увеличения силы нагружения,  $a = 300$  мм – длина плеча рычага, на котором подвешен поддон. Таким образом

$$G^{жсп.} = \frac{\Delta F a l}{\Delta \phi J_p} \quad (5)$$

Схема проведения испытания представлена на рис.20. При таком нагружении в материале вала возникают условия чистого сдвига.

*Порядок проведения работы.*

Нагружайте подвес на рычаге последовательно гирями 1 (начальная нагрузка), 2, 3 и 4 кг.

Снимайте на каждом уровне показания индикатора угломера  $n_i$ .

Данные измерений внесите в таблицу.

№№ п/п	$F$ , Н	$\Delta F'$ , Н	$n_i$ , мкм	$\Delta n_i$ , мкм

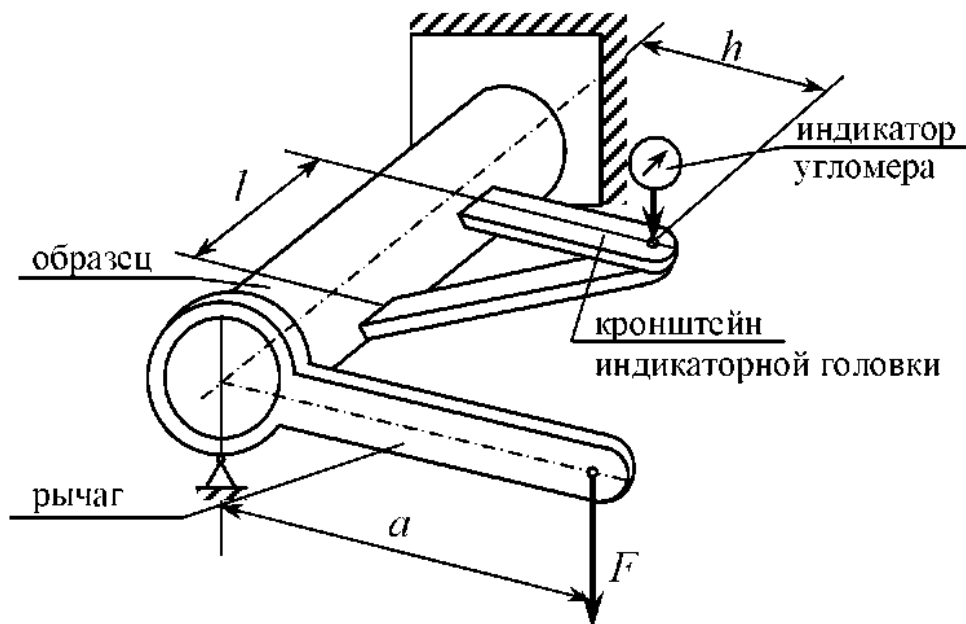


Рис. 20

Подсчитайте среднюю разность показаний угломера, соответствующую приращению силы  $\Delta F' = 10$  Н, по формуле

$$\Delta n_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^k \Delta n_i}{k},$$

где  $k$  – количество этапов нагружения.

Определите среднее значение угла поворота образца

$$\Delta \varphi_{cp} = \frac{\Delta n_{cp}}{h},$$

где  $h = 100$  мм – длина вылета кронштейна индикаторной головки.

Вычислите по формуле (5) модуль сдвига  $G^{*эксп.}$  и сравните с табличными данными.

### *Контрольные вопросы*

1. Какой вид напряженного состояния называется чистым сдвигом?
2. Как экспериментально определяется модуль сдвига?
3. Как записывается закон Гука при чистом сдвиге?
4. Какова связь между  $E$ ,  $\nu$  и  $G$ ?

## **Лабораторная работа 7**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ**

*Цель работы:* исследование явления потери устойчивости сжатого стержня, экспериментальное определение критической силы и сравнение с величиной силы, вычисленной теоретически.

*Объект испытания.* Стальной стержень длиной  $l$  прямоугольного поперечного сечения с размерами  $b$  мм,  $h$  мм,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.



*Испытательная установка.* Собрана из следующих элементов универсального стенда (рис. 21): две стойки 1, на левой закреплен корпус 2 с винтовым нагружающим механизмом, на правой – корпус 3 с силоизмерительной прорезной пружиной и индикатором 4. В проушинах захватных частей нагружающего и силоизмерительного механизмов с помощью серьг и штифтов закрепляется образец 5. Напряжение стержня производится плавным вращением штурвала 6.

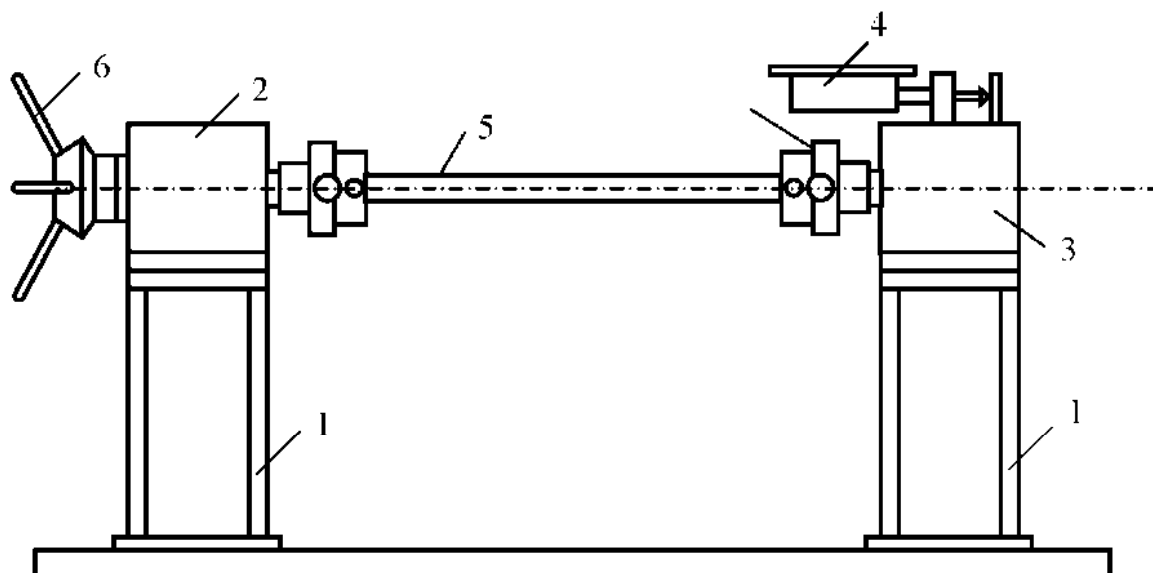


Рис. 21

*Содержание работы.* При нагружении прямолинейного стержня продольной сжимающей силой  $F$  стержень сохраняет свою первоначально прямолинейную форму, если сжимающая сила меньше некоторой критической величины  $F_{кр}$ . Если силу  $F$  увеличивать, то при  $F = F_{кр}$  стержень внезапно искривляется и происходит переход от первоначально прямолинейной формы равновесия к другой форме, при которой продольная ось стержня становится искривленной. Такое явление называется потерей устойчивости стержня.

Сила  $F_{кр}$ , при действии которой происходит потеря устойчивости стержня, называется критической силой.

Если потеря устойчивости происходит при упругих деформациях, то теоретическое значение критической силы определяется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2},$$

где  $E$  – модуль упругости материала стержня,  $J$  – осевой момент инерции поперечного сечения,  $\mu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления стержня.

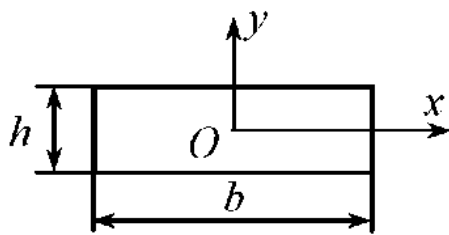


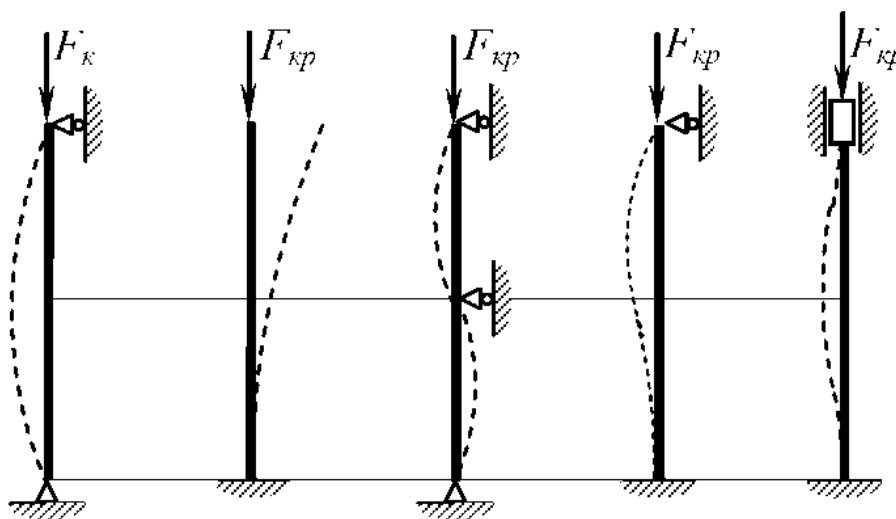
Рис. 22

Осевой момент инерции  $J$  вычисляется относительно главной центральной оси поперечного сечения. Для сечения в виде прямоугольника с размерами сторон  $b$  и  $h$  (рис. 22) имеются две главные центральные оси  $Ox$  и  $Oy$ , поэтому в формуле Эйлера следует положить

$J = J_x$  или  $J = J_y$ . Очевидно, что при вычислении  $F_{кр}$  следует использовать минимальную из величин  $J_x$ ,  $J_y$ , т.к. при этом получается минимальное значение  $F_{кр}$ . Если  $b > h$ , то

$$J = J_{\min} = J_x = \frac{bh^3}{12}.$$

Величины коэффициента  $\mu$  для различных видов закрепления



стержня приведены на рис. 23.

*Порядок выполнения работы.* Плавным вращением штурвала 6 стержень нагружается сжимающей силой, значение которой определяется по показаниям индикатора 4. Критическая сила  $F_{кр}^{экс}$  соответствует началу интенсивного роста прогибов стержня.

По индикатору отмечается число делений  $n_{кр}$  ( в мкм), соответствующее потере устойчивости. Затем по формуле (1) определяется значение  $F_{кр}^{экс} = 4,275 n_{кр}$ .

После определения  $F_{кр}^{экс}$  стержень медленно разгружается. При этом он должен вернуться в исходное состояние.

По формуле Эйлера вычисляется теоретическое значение критической нагрузки  $F_{кр}^{теор}$ .

Расхождение между экспериментальным и теоретическими данными определяется по формуле

$$\delta = \frac{F_{кр}^{экс} - F_{кр}^{теор}}{F_{кр}^{теор}} \cdot 100\% .$$

### *Контрольные вопросы*

1. Какая сила называется критической?
2. Что такое потеря устойчивости сжатого стержня?
3. Как определяется критическая сила теоретически?
4. При каких условиях справедлива формула Эйлера?

Выполняются ли они в нашей работе?

5. Какие величины входят в формулу Эйлера?
6. Опишите испытательную установку.
7. Как определяется критическая сила экспериментально?
8. Как зависит величина критической силы от условий закрепления стержня?

9. Почему при вычислении  $F_{кр}$  используется величина  $J = J_{\min} = J_x$  ?

## Библиографический список

1. Шапошников, Н.А. Основы механических испытаний металлов / Н.А.Шапошников. – М. Машиностроение, 1956. – 322с.
2. Яковлев, В.Ф. Измерение деформаций и напряжений в деталях машин / В.Ф.Яковлев. – М.-Л.: Машгиз, 1963. – 192 с.
3. Афанасьев, А.М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / А.М.Афанасьев, В.А.Марьин. – М.: Физматгиз, 1960. – 262 с.
4. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов: учебник для вузов – 9-е изд., перераб / В.И.Феодосьев. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. – 512 с.
5. Дарков, А.В. Сопротивление материалов: учебник для техн. вузов – 5-е изд., перераб. и доп. / А.В.Дарков, Г.С.Шпиро. – М.: Высшая школа, 1989. – 624с.
6. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учебник для вузов / А.В.Александров, В.Ф.Потанов, Б.П.Державин. – М.: Высшая школа, 1995. – 560 с.
7. Саргсян, А.Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов: учебник для вузов – 2-е изд., испр. и доп. / А.Е.Саргсян. – М.: Высшая школа, 2000. – 286 с.
8. Абдулхаков, К.А. и др. Лабораторный практикум по прикладной механике: учебное пособие / К.А.Абдулхаков. Казань, КГТУ, 1998. – 68 с.
9. Валиуллин А.Х. и др. Сопротивление материалов. Метод. Указания к лабораторным работам. / А.Х.Валиуллин. – Казань. КГТУ, 2007. – 64с.